Всероссийская олимпиада школьников
«Миссия выполнима. Твое призвание-финансист!»

ЗАДАНИЯ, РЕШЕНИЯ, КРИТЕРИИ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ОЧНЫЙ) ЭТАП

Математика 10 класс, 2016/2017 учебный год

Задание 1. (10 баллов)

Сколько существует натуральных чисел n не превосходящих 2017, таких что квадратный трехчлен x^2+x-n раскладывается на линейные множители с целочисленными коэффициентами?

Задание 2. (10 баллов)

В тридесятом государстве 29 февраля одного стародавнего года на ярмарке купец продавал сапоги-самоплясы за 2000 алтын. По правилам торговли, цена на товар корректируется каждое утро перед открытием. Цену можно увеличить на 10%, можно уменьшить на 1% или на 12% относительно цены предыдущего дня, а можно вообще не менять. При этом цена должна быть целым числом алтын, округлять ее нельзя. 1 апреля того же года боярин из торговой инспекции обнаружил, что у того же купца те же сапоги-самоплясы стоят 2017 алтын, и составил акт о нарушении правил торговли. Купец в ответ на это заявил, что никаких нарушений он не допускал. Кто из них прав?

Задание 3. (12 баллов)

Числовая последовательность такова, что $x_n=\frac{x_{n-1}}{5}+4$ для всех $n\geq 2$. Найдите x_{2017}, если $x\ =6$.

Задание 4. (12 баллов)

Какое из чисел больше $\frac{1}{2016}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{2016}\right)$ или $\frac{1}{2017}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{2017}\right)$?

Задание 5. (12 баллов)

Для каких положительных целых $n > 2$ существует многоугольник с n вершинами (не обязательно выпуклый) такой, что каждая его сторона параллельна какой-либо другой его стороне?

Задание 6. (14 баллов)

Натуральные числа a, b, c, d, и e являются последовательными членами арифметической прогрессии. Найдите наименьшее возможное значение числа c, если сумма $b + c + d$ является полным квадратом, а сумма $a + b + c + d + e$ является полным кубом.

Задание 7. (14 баллов)

В конференции принял участие 281 сотрудник из 7 различных филиалов фирмы. В каждой группе из шести участников конференции по меньшей мере двое были одного возраста. Докажите, что среди всех участников можно найти пятерых одного возраста, одного пола и из одного филиала фирмы.

Задание 8. (16 баллов)

Десять пиратов делят между собой золотые и серебряные монеты. Серебряных монет в два раза больше, чем золотых. Они разделили золотые монеты так, что разница между количеством золотых монет у любых двух пиратов не делится на 10. Докажите, что они не смогут разделить серебряные монеты подобным образом.