

**РЕШЕНИЯ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП**

25 марта 2012г.

11 КЛАСС

Задача 11.1

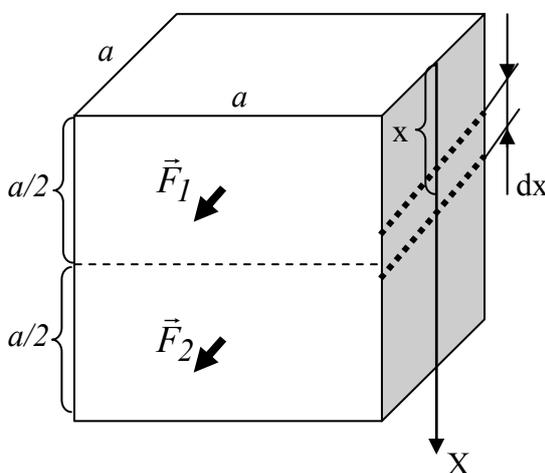
Во сколько раз отличается сила давления на верхнюю половину боковой грани куба, полностью заполненного жидкостью, от силы давления на нижнюю половину.

Решение:

Простое решение выглядит как:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\frac{P_1 + P_2}{2} S}{\frac{P_2 + P_3}{2} S} = \frac{P_1 + P_2}{P_2 + P_3} = \frac{0 + \rho g \frac{a}{2}}{\rho g \frac{a}{2} + \rho g a} = \frac{\rho g \frac{a}{2}}{\rho g \frac{a}{2} (1 + 2)} = \frac{1}{3}$$

Учащимся нужно доказать что $F = \frac{P_1 + P_2}{2} S$.



Доказательство, например, интегрированием:

$$dF = \rho g x \cdot dS = \rho g x \cdot a dx$$

$$F = \int_{a_1}^{a_2} \rho g x \cdot a dx = \rho g a \int_{a_1}^{a_2} x dx = \rho g a \frac{x^2}{2} \Big|_{a_1}^{a_2} = \rho g a \frac{a_2^2 - a_1^2}{2} =$$

$$= \rho g a \frac{(a_2 - a_1)(a_2 + a_1)}{2} = \rho g a \frac{h(a_2 + a_1)}{2} = \frac{(\rho g a_2 + \rho g a_1)}{2} ah = \frac{P_1 + P_2}{2} S$$

Или можно графически.

Ответ: в 3 раза меньше.

Критерии оценки:

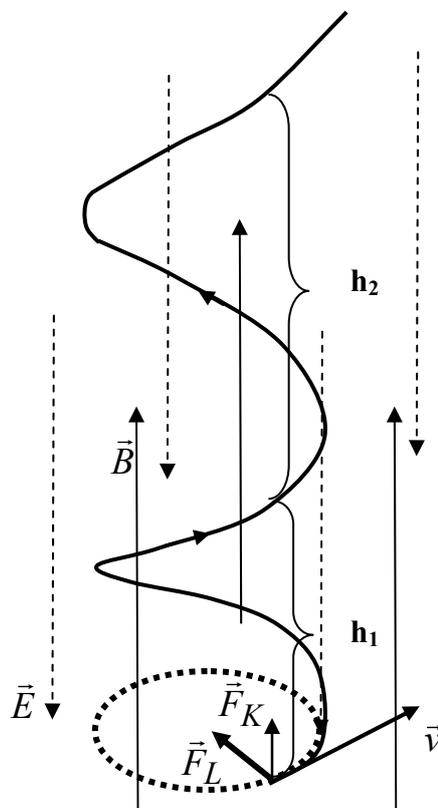
Давление и сила давления	2 балла
Изменение давления с глубиной и необходимость интегральной суммы	2 балла
Формула для расчета силы давления	4 балла
Отношение сил	2 балла

Задача 11. 2

Электрон, влетает со скоростью \vec{v} в область занятую параллельными однородными магнитным (\vec{B}) и электрическим (\vec{E}) полями, направленными в противоположные стороны. Скорость электрона в начальный момент перпендикулярна силовым линиям полей. По какой траектории будет двигаться электрон, и каковы ее параметры?

Решение:

Если бы, электрического поля не было, электрон двигался бы по окружности (см. рис.), не меняя по модулю скорости v , под действием силы Лоренса \vec{F}_L . Однако, при действии силы со стороны электрического поля \vec{F}_K электрон будет приобретать вертикальную скорость. Так как силы $\vec{F}_L \perp \vec{F}_K$, то движение можно рассматривать как сложение движений: по окружности постоянного радиуса R (с постоянным периодом вращения T) под действием силы Лоренса и вертикального равноускоренного, под действием электрического поля. Поэтому траекторией будет неравномерная спираль.



$$F_n = ma \quad qV_{\perp}B = \frac{mV_{\perp}^2}{R} \quad R = \frac{mV_{\perp}}{qB}$$

$$h = V_{\square}T \quad T = \frac{2\pi R}{V_{\perp}} = \frac{2\pi mV_{\perp}}{V_{\perp}qB} = \frac{2\pi m}{qB} = Const$$

$$t = 0 \quad V_{\square} = 0 \quad a = \frac{F_{Эл}}{m} = Const$$

$$h_1 = \frac{aT^2}{2} \quad V_1 = aT$$

$$h_2 = V_1T + \frac{aT^2}{2} = aT^2 + \frac{aT^2}{2} = 3\frac{aT^2}{2} \quad V_2 = V_1 + aT_1 = 2aT$$

$$h_3 = V_2T + \frac{aT^2}{2} = 2aT^2 + \frac{aT^2}{2} = 5\frac{aT^2}{2}$$

Получаем шаг раскручивающейся спирали меняется как пути при равноускоренном движении за равные промежутки времени (для нас период T):
 $h_1 : h_2 : h_3 : h_4 = 1 : 3 : 5 : 7$.

Ответ: $h_1 : h_2 : h_3 : h_4 = 1 : 3 : 5 : 7$.

Критерии оценки:

Понимание физической ситуации	2 балла
Расчет радиуса спирали	2 балла
Расчет периода обращения	2 балла
Расчет шага спирали	2 балла
Отношение шагов спирали	2 балла

Задача 11.3

В темный сосуд с водой опущена трубка. По трубке через воду пропускают пар при температуре 100°C . В начале масса воды увеличивалась, но через некоторое время масса воды перестает увеличиваться, хотя пар по-прежнему пропускают. Первоначальная масса воды 230 г, а в конце масса $276,2$ г. Какова первоначальная температура в сосуде? Потерями тепла пренебречь.

Решение:

Пар, остывая, конденсируется и нагревает воду до 100°C , и по достижении этой температуры пар, проходя через воду не конденсируется.

Масса сконденсировавшегося пара $\Delta m = 276,2 - 230 = 46,2$ г. Количество отданного паром тепла

$$Q_1 = r\Delta m$$

Где $r = 2.3 \cdot 10^6$ Дж/кг – удельная теплота парообразования воды.

Это тепло идет на нагревание 230 г. воды

$$Q_1 = Q_2$$

$$r\Delta m = Cm(100 - t)$$

$$(100 - t) = \frac{r\Delta m}{Cm} \quad t = 100 - \frac{r\Delta m}{Cm} = -10^\circ \text{C}$$

Это уже не вода, а лед! А как же опустить трубку?

При конденсации пара выделиться количество теплоты:

$$Q_1 = r\Delta m = 2,6 \cdot 10^6 \cdot 46,2 \cdot 10^{-3} = 1,20 \cdot 10^5 \text{ Дж.}$$

Для нагревания воды от нуля градусов потребовалось бы:

$$Q_2 = Cm\Delta t = 4,2 \cdot 10^3 \cdot 230 \cdot 10^{-3} \cdot (100 - 0) = 9,66 \cdot 10^4 \text{ Дж.}$$

Тогда с водой был лёд при нуле градусов и на его плавление пошло

$$\Delta Q = Q_1 - Q_2 = \lambda m_3.$$

$$m_3 = \frac{\Delta Q}{\lambda} = \frac{2,34 \cdot 10^4}{3,30 \cdot 10^5} = 7,09 \cdot 10^{-2} = 71 \text{ г.}$$

В сосуде было **71 г.** льда и **159 г.** воды при температуре **0°C**.

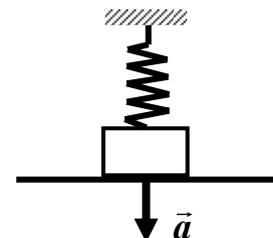
Ответ 0 °С.

Критерии оценки:

Конечная температура в сосуде 100 °С, пар перестал конденсироваться	2 балла
Тепло идет на нагревание только 230 г. воды. Первая порция пара, остывшая до более низкой температуры, позднее нагревается до 100 °С	2 балла
Анализ ситуации при переходе через 0 °С	2 балла
Расчет количества льда и воды в двухфазном состоянии	2 балла
Ответ	2 балла

Задача 11.4

Подставку, на которой лежит тело, подвешенное на пружине, начинают опускать с ускорением a . В начальный момент пружина не растянута. Какова будет амплитуда колебаний маятника? Масса тела M , жёсткость пружины k .



Решение:

После отрыва подставки на тело действует только сила упругости пружины и оно будет совершать колебания с амплитудой A около положения равновесия x_0 . Максимальное смещение его будет равно их сумме:

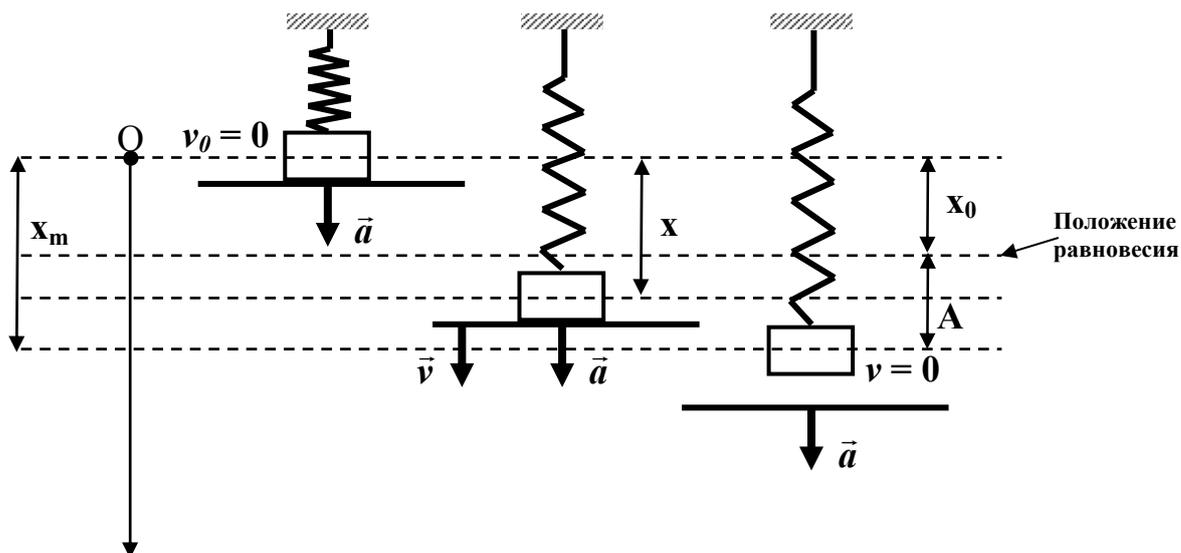
$$x_m = x_0 + A$$

Положение равновесия тела x_0 находим из условия:

$$Mg = kx_0$$

$$x_0 = \frac{Mg}{k}$$

Амплитуда колебаний будет равна:



$$A = x_m - x_0$$

Найдем максимальное растяжение пружины или смещение груза. На тело, движущееся вместе с подставкой, действуют сила тяжести, сила упругости и сила реакции опоры. Их проекции на вертикальную ось, направленную вниз равны:

$$Mg - kx - T = Ma$$

В момент отрыва сила реакции становится равной нулю и второй закон Ньютона имеет вид:

$$Mg - kx = Ma$$

К этому моменту времени деформация пружины равна расстоянию, пройденному телом:

$$x = \frac{at^2}{2}$$

$$Mg - k \frac{at^2}{2} = Ma$$

$$k \frac{at^2}{2} = M(g - a)$$

$$t = \sqrt{\frac{2M(g - a)}{ka}}$$

Максимальное растяжение пружины или смещение груза найдем из закона сохранения механической энергии для двух состояний маятника –момента максимального смещения груза и момента отрыва подставки:

$$\frac{kx_m^2}{2} - mgx_m = \frac{mV^2}{2} + \frac{kx^2}{2} - mgx$$

$$t = \sqrt{\frac{2M(g-a)}{ka}}$$

$$V = at = a\sqrt{\frac{2M(g-a)}{ka}} = \sqrt{\frac{2Ma(g-a)}{k}}$$

$$x = \frac{at^2}{2} = \frac{M(g-a)}{k}$$

$$\frac{kx_m^2}{2} - Mg x_m = \frac{M^2 a(g-a)}{k} + \frac{M^2 k(g-a)^2}{2k} - \frac{M^2 g(g-a)}{k}$$

$$\frac{kx_m^2}{2} - Mg x_m = \frac{M^2(a-g)(g-a)}{k} + \frac{M^2(g-a)^2}{2k}$$

$$\frac{kx_m^2}{2} - Mg x_m = -\frac{M^2(g-a)^2}{k} + \frac{M^2(g-a)^2}{2k}$$

$$\frac{kx_m^2}{2} - Mg x_m = -\frac{M^2(g-a)^2}{2k}$$

$$kx_m^2 - 2Mg x_m + \frac{M^2(g-a)^2}{k} = 0$$

$$x_m = \frac{Mg \pm M\sqrt{a(2g-a)}}{k} = \frac{Mg}{k} \pm \frac{M\sqrt{a(2g-a)}}{k}$$

$$x_m = x_0 + A = \frac{Mg}{k} + \frac{M}{k}\sqrt{a(2g-a)}$$

$$\text{Если } a = g, \text{ то } x_m = \frac{Mg}{k} + \frac{Mg}{k} = \frac{2Mg}{k}; \quad A = \frac{Mg}{k}$$

$$\text{Если } a = 0, \text{ то } x_m = \frac{Mg}{k} \text{ и } A = 0, \text{ колебаний нет.}$$

$$\text{Если } 0 < a < g, \text{ то амплитуда колебаний } 0 < A < \frac{Mg}{k}$$

$$A = \frac{M\sqrt{a(2g-a)}}{k}$$

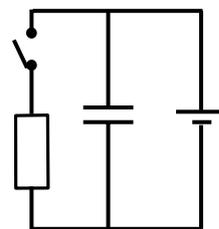
$$\text{Ответ } A = \frac{M\sqrt{a(2g-a)}}{k}$$

Критерии оценки:

Связь максимального смещения положения равновесия и амплитуды	2 балла
Понимание физической ситуации, отрыв подставки	2 балла
Расчет времени до отрыва	2 балла
Расчет скорости и смещения к моменту отрыва	2 балла
Закон сохранения энергии для максимального смещения	2 балла

Задача 11.5

К источнику постоянного тока подключены, параллельно соединенные, резистор и конденсатор. Внутреннее сопротивление источника в 4 раза меньше сопротивления резистора. Последовательно с резистором находится ключ, замыкающий и размыкающий цепь резистора. Определить отношение заряда на конденсаторе при разомкнутом и замкнутом ключе.



Решение:

При замкнутом ключе ток в цепи

$$J = \frac{\varepsilon}{r + R} \Rightarrow \varepsilon = Jr + JR = U_1 + U_2$$

Где U_1 падение напряжения внутри источника, а U_2 на резисторе, поскольку конденсатор включен параллельно резистору, то и на нем. Тогда заряд на конденсаторе будет равен

$$q_1 = CU_2 = CJR = \frac{C\varepsilon R}{r + R} = \frac{C\varepsilon R}{\frac{R}{4} + R} = \frac{4C\varepsilon R}{5R} = \frac{4C\varepsilon}{5}$$

Задания и решения заключительного этапа Межрегиональной олимпиады школьников
«Будущее инновационной России» Центрально-Черноземного экономического региона

При разомкнутом ключе ток в цепи резистора не течет и напряжение на конденсаторе равно ЭДС источника, а заряд на нем

$$q_2 = C\varepsilon$$

Тогда отношение зарядов:

Ответ: $\frac{q_2}{q_1} = \frac{5}{4}$.

Критерии оценки:

Закон Ома для замкнутой цепи	2 балла
Понимание различия напряжения на конденсаторе различно	4 балла
Расчет напряжения заряда при замкнутой цепи	2 балла
Расчет напряжения заряда при разомкнутой цепи	2 балла