

Олимпиада школьников
«Кирилл Разумовский - к вершинам знаний»
по математике (Заключительный этап) 2016 год

1. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} xy + yz = 8 \\ yz + xz = 9 \\ xz + xy = 5 \end{cases}$$

2. Вычислить сумму

$$S = \frac{1}{5} + \frac{2}{5^2} + \frac{3}{5^3} + \dots + \frac{n}{5^n} + \dots$$

3. В выпуклом семиугольнике проведены всевозможные диагонали, при этом никакие три из них не пересекаются в одной точке. Сколько точек пересечения указанных диагоналей?

4. Решить уравнение:

$$6\sin x - 2\cos^3 x = \frac{5\sin 4x \cdot \cos x}{2\cos 2x}$$

5. В правильной треугольной призме ABC A₁B₁C₁ проведена плоскость A₁BC. В образовавшуюся над этой плоскостью часть призмы вписан шар радиусом R. Найдите объём призмы.

Максимальный балл за каждое задание 20 баллов.