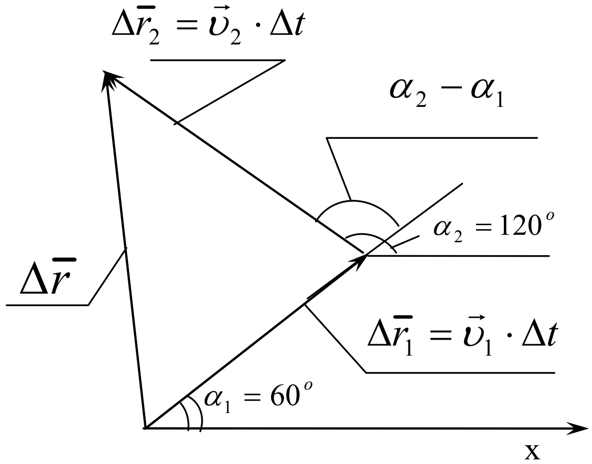
Решение первого (отборочного) этапа академического соревнования Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по образовательному предмету «физика», осень 2015 г.

Вариант № 1

З А Д А Ч А 1. (8 баллов)

Ответ:

$$\left|\vec{\upsilon}_{CP}\right| = \frac{1}{2}\sqrt{\upsilon_1^{\,2} + \upsilon_2^{\,2} + 2\upsilon_1\upsilon_2\cos(\alpha_2 - \alpha_1)} = 26{,}45\ \text{м/с}.$$



По определению вектор средней скорости

$$\vec{\upsilon}_{CP} = \frac{\Delta\overline{r}_1 + \Delta\overline{r}_2}{\Delta t_1 + \Delta t_1} \quad (1)$$ где $\Delta\overline{r}_1$ и $\Delta\overline{r}_2$ - перемещения тела на первом и втором участках пути,

Δt_1 и Δt_2 - время соответствующих перемещений.

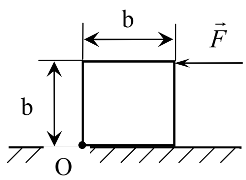
$\Delta\overline{r}_1 = \vec{\upsilon}_1 \cdot \Delta t$ и $\Delta\overline{r}_2 = \vec{\upsilon}_2 \cdot \Delta t$ и учитывая, что по условию задачи $\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t$ равенство (1) примет вид $\vec{\upsilon}_{CP} = \dfrac{\vec{\upsilon}_1\Delta t + \vec{\upsilon}_2\Delta t}{2\Delta t} = \dfrac{\vec{\upsilon}_1 + \vec{\upsilon}_2}{2}$ (2)

Модуль

$$\left|\vec{\upsilon}_{CP}\right| = \frac{1}{2}\left|\vec{\upsilon}_1 + \vec{\upsilon}_2\right| = \frac{1}{2}\sqrt{\upsilon_1^{\,2} + \upsilon_2^{\,2} + 2\upsilon_1\upsilon_2\cos(\alpha_2 - \alpha_1)} = \frac{1}{2}\sqrt{20^2 + 40^2 + 2\cdot 20\cdot 40\cos(120^o - 60^o)} = 26{,}45\ \text{м/с}$$

З А Д А Ч А 2. (8 баллов)

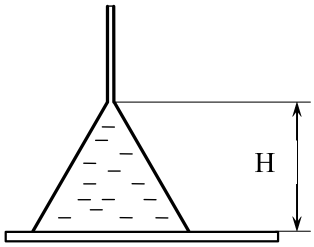
Ответ: $\boxed{F_{\min} = \dfrac{mg}{2} = 5H\ ;\ \mu \ge 0{,}5}$.



Чтобы опрокинуть кубик, необходимо, чтобы момент силы F относительно оси, проходящей вдоль ребра O, был больше момента силы тяжести: $Fb > mg\dfrac{b}{2}$. Минимальная величина силы находится из условия: $F_{\min} = \dfrac{mg}{2} = 5H$. Условием отсутствия скольжения кубика по горизонтальной плоскости является неравенство: $F_{TP} \ge F_{\min}$, то есть $\mu mg \ge \dfrac{mg}{2}$; $\mu \ge 0{,}5$.

З А Д А Ч А 3. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{m = \frac{2}{3}\pi\rho R^2 H}$.



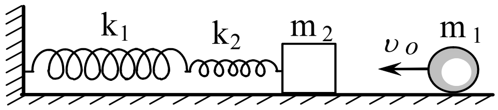
Воронку приподнимает результирующая вертикальных составляющих сил давления жидкости на стенки воронки. В тот момент, когда жидкость начинает вытекать из-под воронки, нижний край воронки перестаёт давить на стол. А это значит, что в этот момент вся сила, действующая на стол,- это сила давления столба воды высотой Н на площадь нижнего края воронки. Итак, в момент отрыва

$mg + \rho g V = \rho g H \pi R^2$ **(1),**

где $V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$ **.** И из (1) находим $m = \frac{2}{3}\pi\rho R^2 H$

З А Д А Ч А 4. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{E_1 = \frac{4}{27} m\upsilon_o^2}$.



1. Используя законы сохранения импульса, получим

скорость бруска после удара $\upsilon = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_O = \frac{2m}{m + 2m}\upsilon_O = \frac{2}{3}\upsilon_O$

2. Кинетическая энергия бруска $E = \frac{m_2\upsilon^2}{2} = \frac{2m}{2}\cdot\left(\frac{2}{3}\upsilon_O\right)^2 = \frac{4}{9}m\upsilon_O^2$ **. (1)**

3. Обозначим максимальную энергию деформации пружин $E_1 = \frac{k_1 x_1^2}{2} =$ и $E_2 = \frac{k_2 x_2^2}{2}$ **.**

Тогда $E = E_1 + E_2$ **(2)**

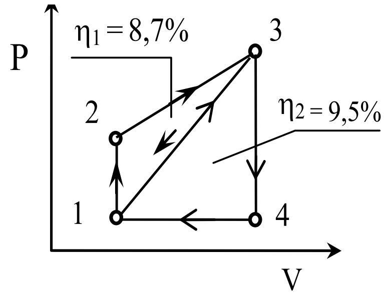
4. Т.к. массами пружин пренебрегаем, то сила упругих деформаций в произвольном сечении пружин остается постоянной: $k_1 x_1 = k_2 x_2$, следовательно, $\frac{x_1}{x_2} = \frac{k_2}{k_1}$ **(3).**

5. Найдём отношение $\frac{E_1}{E_2} = \frac{k_1 x_1^2}{k_2 x_2^2}$; используя (2), получим $\frac{E_1}{E_2} = \frac{k_1 k_2^2}{k_2 k_1^2} = \frac{k_2}{k_1}$, откуда $E_1 = E_2\frac{k_2}{k_1}$. Подставляя Е из (1), получим $E_1 = E\frac{k_2}{k_1 + k_2} = \frac{4}{9}m\upsilon_o^2\frac{k}{2k + k} = \frac{4}{27}m\upsilon_o^2$.

$E_1 = \frac{4}{27}m\upsilon_o^2$

З А Д А Ч А 5. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\eta = \eta_1 + \eta_2(1-\eta_1) = 0{,}17 = 17\%}$.



1) Для цикла 1-2-3-1 **:** $\eta_1 = \dfrac{A_1}{Q_1} = \dfrac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \dfrac{Q_2}{Q_1}$;

где A_1- полезная работа цикла 1-2-3-1, Q_1 и Q_2 - теплота, подводимая и отводимая в этом цикле. откуда $A_1 = \eta_1 Q_1$; и $Q_2 = Q_1(1-\eta_1)$.

2) Для цикла 1-3-4-1 **:** $\eta_2 = \dfrac{A_2}{Q_2}$;

откуда $A_2 = \eta_2 Q_2 = \eta_2 Q_1(1-\eta_1)$; и $Q_2 = Q_1(1-\eta_1)$,

где A_2- полезная работа цикла1-3-4-1 , а Q_2 - теплота, подводимая в этом цикле.

3) Для цикла 1-2-3-4-1 **:** $\eta = \dfrac{A_1 + A_2}{Q_1} = \dfrac{\eta_1 Q_1 + \eta_2 Q_1(1-\eta_1)}{Q_1}$; $\eta = \eta_1 + \eta_2(1-\eta_1)$.

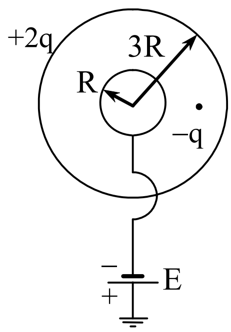
Либо $\eta = \eta_2 + \eta_1(1-\eta_2)$.

Подставив числовые значения, получим

$$\eta = \eta_1 + \eta_2(1-\eta_1) = 0{,}087 + 0{,}095(1-0{,}087) = 0{,}17 = 17\% .$$

З А Д А Ч А 6. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{Q = -\left(4\pi\varepsilon_o RE + \dfrac{1}{6}q\right)}$.



Согласно принципу суперпозиции , потенциал внутренней сферы равен $\varphi = -E = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_o R} - \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_o \cdot 2R} + \dfrac{2q}{4\pi\varepsilon_o 3R}$, откуда находим искомый заряд внутренней сферы $\boxed{Q = -\left(4\pi\varepsilon_o RE + \dfrac{1}{6}q\right)}$.

З А Д А Ч А 7. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\nu = \dfrac{\omega}{2\pi} = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{g}{A}\cdot\dfrac{\text{n - 1}}{\text{n + 1}}} = 1{,}1 \ \ Гц}$

Груз совершает колебания в вертикальном направлении. Запишем второй закон Ньютона для груза в крайнем верхнем и нижнем положениях с учетом того, что ускорение груза направлено к положению равновесия

$-ma = N_1 - mg$ (1) $ma = N_2 - mg$ (2), где $a = a_{\max} = A\omega^2$

Найдем отношение N_2 к N_1.

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{a+g}{a-g} = n$$. Следовательно, $a = \frac{\mathrm{n-1}}{\mathrm{n+1}} g$, т.е. $A\omega^2 = \frac{\mathrm{n-1}}{\mathrm{n+1}} g$ (3)

Из (3) находим циклическую частоту колебаний $\omega = \sqrt{\frac{g}{A} \cdot \frac{\mathrm{n-1}}{\mathrm{n+1}}}$

Искомая частота колебаний при n = 2 A = 6,8 см.

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{A} \cdot \frac{\mathrm{n-1}}{\mathrm{n+1}}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{10}{0{,}068}\,\frac{2-1}{2+1}} = 1{,}1 \ \textit{Гц}$$

З А Д А Ч А 8. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\alpha = \frac{\alpha_1 V_1 + \alpha_2 V_2}{V_1 + V_2} = 0{,}27 ; \quad \alpha = 27\ \%}$.

1) Для каждой порции воздуха: $\boxed{\alpha = \frac{P_1}{P_H}}$, следовательно $\boxed{P_1 = \alpha_1 P_H}$

Так как пары воды описываются уравнением Менделеева-Клапейрона, $\boxed{P_1 V_1 = \frac{m_1}{\mu} RT}$

2) Находим массу воды в 1-ой порции воздуха

$\boxed{m_1 = \frac{\mu V_1 P_1}{RT} = \frac{\alpha_1 \mu V_1 P_H}{RT}}$ $\boxed{m_2 = \frac{\mu V_2 P_2}{RT} = \frac{\alpha_2 \mu V_2 P_H}{RT}}$

3) $\boxed{m_1 + m_2 == \frac{\mu P_H}{RT}(\alpha_1 V_1 + \alpha_2 V_2)}$

4) для смеси $\boxed{P_{\sum} (V_1 + V_2) = \frac{m_1 + m_2}{\mu} RT = (\alpha_1 V_1 + \alpha_2 V_2) P_H}$

5) $\boxed{\alpha = \frac{P_{\sum}}{P_H} = \frac{\alpha_1 V_1 + \alpha_2 V_2}{V_1 + V_2} = \frac{0{,}2 \cdot 1 + 0{,}3 \cdot 2}{1 + 2} = 0{,}27}$.

З А Д А Ч А 9. (12 баллов).

Ответ: $\boxed{E = \sqrt{4 r P_{\max}} = 15 \ B}$.

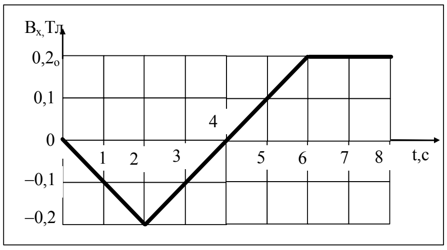
Мощность, выделяемая на реостате, равна произведению напряжения на реостате и силы тока $P = I \cdot U$. Напряжение на реостате $U = I \cdot R = E - I \cdot r$, где E – ЭДС источника тока, r – внутреннее сопротивление источника.

$P = I \cdot (E - I \cdot r)$.Мощность зависит от силы тока, которая, в свою очередь, зависит от сопротивления реостата. Чтобы определить максимальное значение функции, найдём производную мощности по силе тока и приравняем её нулю: $P' = (IE - I^2 r)' = E - 2Ir = 0$, откуда значение силы тока, соответствующее максимальной мощности $I_{max} = \dfrac{E}{2r}$. Сравним полученное выражение с формулой закона Ома для замкнутой цепи $I = \dfrac{E}{R+r}$. То есть $\dfrac{E}{2r} = \dfrac{E}{R+r}$, значит $2r = R + r$, откуда $R = r$. Таким образом, максимальная мощность достигается при равенстве внешнего сопротивления сопротивлению внутреннему.

Максимальная мощность $P_{max} = \dfrac{E}{2r}\left(E - \dfrac{E}{2r} r\right) = \dfrac{E^2}{4r}$. Отсюда ЭДС источника $E = \sqrt{4rP_{max}} = 15\ \ B$.

З А Д А Ч А 10. (12баллов)

Ответ: $\boxed{Q = \dfrac{S^2}{R} \cdot \left(\dfrac{dB}{dt}\right)^2 \cdot \Delta t = 6 \cdot 10^{-4}\ Дж}$



1) Из рисунка видно, что ЭДС индукции, действующая в контуре, а, следовательно, и ток, текущий в нем, остаются постоянными по модулю в течение времени от 0 до 6 с (в момент времени t = 4с ЭДС и ток изменяют направление).

2) Найдем теплоту Q, выделяющуюся в контуре

$$\boxed{Q = I^2 R\Delta t = \left(\frac{E}{R}\right)^2 \cdot R\Delta t = \frac{1}{R}\left(\frac{d\Phi}{dt}\right)^2 \Delta t = \frac{S^2}{R} \cdot \left(\frac{dB}{dt}\right)^2 \cdot \Delta t == \frac{\left(10^{-2}\right)^2}{10^{-2}} \cdot \left(10^{-1}\right)^2 \cdot 6 = 6 \cdot 10^{-4}\ Дж}$$

,

$$Q = \frac{S^2}{R} \cdot \left(\frac{dB}{dt}\right)^2 \cdot \Delta t = 6 \cdot 10^{-4}\ Дж$$

Решения первого (отборочного) этапа академического соревнования

Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по образовательному предмету «физика»,

осень 2015 г.

Вариант № 5

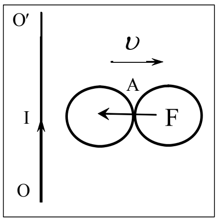
З А Д А Ч А 1. (8 баллов)

Ответ: .

$$\left|\vec{\upsilon}_{CP}\right| = \frac{40\sqrt{3}}{3} \ \ м/с.$$

З А Д А Ч А 2. (8 баллов)

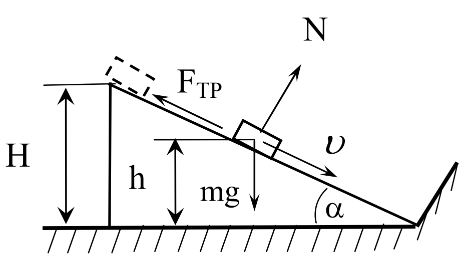
Ответ:



З А Д А Ч А 3. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\mu = 0{,}14}$.

По закону сохранения энергии приращение механической энергии шайбы равно работе сил трения на всём пути шайбы: $mgh - mgH = A_{TP}$ **(1),** где . $A_{TP} = -F_{TP} \cdot S$ **.** Путь S, пройденный шайбой вдоль наклонной плоскости равен $S = \dfrac{H}{\sin\alpha} + \dfrac{h}{\sin\alpha}$**.** Сила трения при скольжении $F_{TP} = \mu N = \mu mg\cos\alpha$**.** С учётом указанных соотношений выражение (1) запишется: $mgh - mgH = -\mu mg\cos\alpha\left(\dfrac{H+h}{\sin\alpha}\right)$, откуда

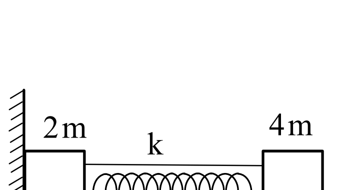


$$\mu = \frac{H-h}{H+h}\cdot\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{H-h}{H+h}tg\alpha.$$

При $\alpha = 30^o$**,** H = 4 м; h = 2,4 м, $\mu = \dfrac{4-2{,}4}{4+2{,}4}tg30^o = \dfrac{1{,}6}{6{,}4}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{3}} = 0{,}14$**;** $\mu = 0{,}14$ **.**

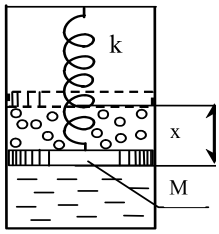
З А Д А Ч А 4. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\upsilon_C = \dfrac{\Delta x}{3}\sqrt{\dfrac{k}{m}}}$.



После пережигания нитей максимальная скорость бруска 4m : $\upsilon = \Delta x \cdot \omega = \Delta x \sqrt{\dfrac{k}{4m}} = \dfrac{\Delta x}{2}\sqrt{\dfrac{k}{m}}$.

Скорость центра масс брусков $\upsilon_C = \dfrac{4m \cdot}{2m+4m} \cdot \upsilon = \dfrac{4m \cdot}{2m+4m}\dfrac{\Delta x}{2}\sqrt{\dfrac{k}{m}} = \dfrac{\Delta x}{3}\sqrt{\dfrac{k}{m}}$.



З А Д А Ч А 5. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{m = 11{,}7\,г}$.

При температуре 0^{o} С давление насыщенных паров воды пренебрежимо мало, и в исходном состоянии системы поршень лежит на поверхности воды– его вес компенсирован реакцией опоры воды. При нагревании до 100 ^{o} С часть воды испарится, пружина сожмётся под действием силы давления насыщенного пара, равной $p_{н}S$. Смещение поршня определяет величину деформации пружины x.

Запишем условие равновесия поршня в этом состоянии:

$$p_{Н}S = Mg + kx, \text{ откуда } x = \frac{p_{Н}S - Mg}{k}.$$

Определить массу пара можно, исходя из уравнения состояния идеального газа (уравнения Клапейрона-Менделеева) $p_{Н}S \cdot x = \dfrac{m}{\mu}RT$.

Учитывая, что давление насыщенного пара при температуре равно нормальному атмосферному давлению p_o (условие кипения воды) и что абсолютная термодинамическая температура воды T = t + 273, получим

$$m = \frac{p_o \mu S}{R(t+273)}\frac{(p_o S - Mg)}{k} = 11{,}7\,г .$$

З А Д А Ч А 6. (10 баллов)

Ответ**:** $N_1 = 10^6$.

Число молекул в кристаллите соли $N = \dfrac{m}{\mu} \cdot N_A$ (1)

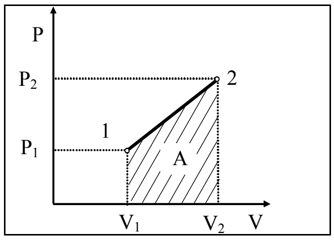
Объём озера $V = S \cdot h$ (2)

Концентрация молекул соли в воде $n = \dfrac{N}{V}$; $\mu_{NaCl} = 0{,}058$;

Число молекул соли в объёме воды в напёрстке

$$N_1 = nV_1 = \frac{1\cdot10^{-5}\cdot6\cdot10^{23}\cdot2\cdot10^{-6}}{0{,}058\cdot2\cdot10^{8}} \approx 10^6 .$$

З А Д А Ч А 7. (10 баллов)



Ответ: $\boxed{A = \frac{1}{4}Q}$.

Внутренняя энергия одноатомного газа $U = \frac{3}{2}\nu RT$. Но $pV = \nu RT$. Тогда, учитывая данную в условии задачи зависимость внутренней энергии газа от объема $(U = \alpha V^2)$, запишем $U = \frac{3}{2}\nu RT = \frac{3}{2}pV = \alpha V^2$. И

уравнение данного процесса перепишем в виде $p = \frac{2}{3}\alpha V$, то есть в заданном процессе давление

газа линейно зависит от его объема.

Работа, совершаемая газом при его расширении, равна площади под прямой, изображающей процесс на PV –диаграмме.

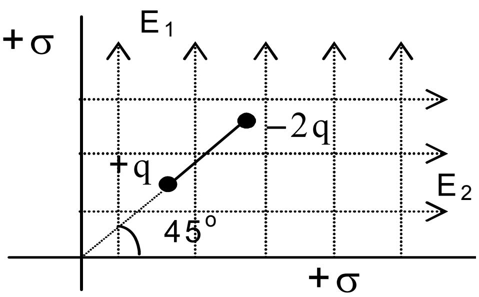
$$A = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) = \frac{1}{3}\alpha(V_1 + V_2)(V_2 - V_1) = \frac{1}{3}\alpha(V_2^2 - V_1^2) \quad (1)$$

Изменение внутренней энергии $\Delta U = \alpha(V_2^2 - V_1^2)$.

$$Q = \Delta U + A = \alpha(V_2^2 - V_1^2) + \frac{1}{3}\alpha(V_2{}^2 - V_1{}^2) = \frac{4}{3}\alpha(V_2{}^2 - V_1{}^2). \quad (2)$$

Из (2) $\alpha(V_2^2 - V_1^2) = \frac{3}{4}Q$. Тогда, подставив в (1), получим $A = \frac{1}{4}Q$.

З А Д А Ч А 8. (10 баллов)



Ответ: $\boxed{A = 3qEL = \frac{3}{2}\sqrt{2}\,\frac{q\sigma L}{\varepsilon_o}}$.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2; \qquad E = E_1\sqrt{2} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o}\sqrt{2}.$$

$$A = 3qEL = 3qL\frac{\sigma}{2\varepsilon_o}\sqrt{2} = \frac{3}{2}\sqrt{2}\,\frac{q\sigma L}{\varepsilon_o}.$$

З А Д А Ч А 9. (12 баллов)