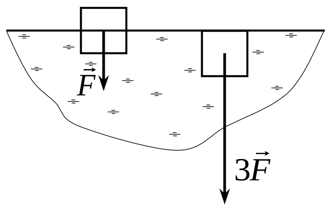
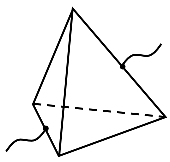
Отборочный тур
Отраслевой физико-математической олимпиады «Росатом»,
2019-2020 учебный год,
физика, 9 класс

1. С крыши с равными интервалами времени падают дождевые капли. Известно, что через время $t=1$ с после отрыва некоторой капли от крыши расстояние между ней и предыдущей каплей было равно $S=3$ м. Найти интервал времени между моментами отрыва соседних капель. $g=10$ м/с^2.

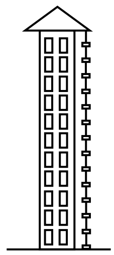
2. В прозрачный сосуд с водой опустили электрическую лампу мощностью $P=60$ Вт в прозрачном кожухе и включили. Известно, что вода массой $m=600$ г за время $t=5$ мин нагрелась на $\Delta T=4°$. Какую долю энергии, излученной лампой, сосуд пропустил наружу в виде излучения? Массой сосуда и кожуха пренебречь. Удельная теплоемкость воды $c=4,2\cdot 10^3$ Дж/(кг$\cdot$град).



3. Кубик плавает в воде. Чтобы кубик был погружен в воду наполовину, к нему необходимо приложить силу F, направленную вниз. Чтобы полностью погрузить в воду – силу $3F$, направленную вниз. Найти плотность вещества кубика. Плотность воды ρ_0 известна.



4. Из проволоки сделали правильную пирамиду, все ребра которой имею одинаковую длину и одинаковое сопротивление R. К серединам двух противоположных сторон подключают источник электрического напряжения (см. рисунок). Чему равно сопротивление пирамиды?



5. К крыше небоскреба высотой $H=100$ м прикрепляют резинку длиной $l=50$ см с коэффициентом жесткости $k=100$ Н/м и точечный груз массой $m=1$ кг. К грузу крепят еще одну такую же резинку, еще такой же груз, снова резинку, снова груз и т.д. (см. рисунок). Сколько резинок нужно прикрепить таким образом к крыше, чтобы последний груз кос жесткости $k=100$ Н/м и точечный груз массой $m=1$ кг. К грузу крепят еще одну такую же резинку, еще такой же груз, снова резинку, снова груз и т.д. (см. рисунок). Сколько резинок нужно прикрепить таким образом к крыше, чтобы последний груз коснулся земли? Считать, что под действием тяжести грузов резинки не рвутся, и для любых удлинений резинок справедлив закон Гука. Весом самих резинок пренебречь.

Решения

1. Законы равноускоренного движения для двух рассматриваемых капель в момент времени t дают

$$x_1 = x_2 + S = \frac{g\left(t+\Delta t\right)^2}{2}$$

$$x_2 = \frac{gt^2}{2}$$

где x_1 и x_2 - координаты первой (предыдущей) и второй (последующей) капель, Δt - временной интервал между каплями. Вычитая и решая квадратное уравнение

$$\Delta t^2 + 2t\Delta t - \frac{2S}{g} = 0\,,$$

найдем интервал Δt

$$\Delta t = -t + \sqrt{t^2 + \frac{2S}{g}} = 0,26 \text{ с}$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Использованы правильные законы равноускоренного движения – 0,5 балла
2. Правильное использование законов равноускоренного движения для двух последовательных капель – 0,5 балла
3. Правильное уравнение для интервала времени между отрывами соседних капель – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

2. За время t лампа выделяет количество теплоты $Q = Pt$. Для нагрева воды нужно следующее количество теплоты

$$q = cm\Delta T$$

Отсюда находим количество теплоты, которое сосуд пропускает через стенки

$$\Delta q = Q - q = Pt - cm\Delta T\,,$$

и долю этой величины от излученного лампой количества теплоты

$$\eta = \frac{Q-q}{Q} = \frac{Pt - cm\Delta T}{Pt} = 0,44$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильная идея решения – найти полную энергию, излученную лампой, и энергию, необходимую для нагрева воды – их разность есть энергия, прошедшая наружу в виде излучения – 0,5 балла
2. Правильно найдено количество теплоты, выделенное лампой – 0,5 балла
3. Правильно найдено количество теплоты, необходимое для нагрева воды – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

3. Пусть свободно плавающий кубик погружается в воду на глубину h. Тогда условие равновесия кубика дает

$$\rho g a^3 = \rho_0 g a^2 h \qquad (*)$$

где ρ - плотность вещества кубика, a - длина его ребра. Отсюда находим отношение плотностей кубика и воды

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{h}{a} \qquad (**)$$

Когда на плавающий кубик действует «утапливающая» сила F, условие равновесия дает

$$\rho g a^3 + F = \rho_0 g V_{п.ч.}$$

где $V_{п.ч.}$ - объем погруженной части кубика. Поскольку $V_{п.ч.} = a^2\left(h + \Delta h\right)$, где Δh - глубина «притопления» кубика силой F дополнительно к его погружению за счет силы тяжести. Отсюда с учетом (*) получаем

$$F = \rho_0 g a^2 \Delta h$$

Поэтому для равновесных положений кубика, данных в задаче, имеем

$$\begin{aligned} F &= \rho_0 g a^2\left(\frac{a}{2} - h\right) = \rho_0 g a^3\left(\frac{1}{2} - \frac{h}{a}\right) \\ 3F &= \rho_0 g a^2\left(a - h\right) = \rho_0 g a^3\left(1 - \frac{h}{a}\right) \end{aligned} \qquad (***)$$

Деля уравнения (***) друг на друга, получаем

$$\frac{2}{3}=\frac{1-2x}{1-x}$$

где $x=h/a$. Отсюда находим

$$x=\frac{1}{4}$$

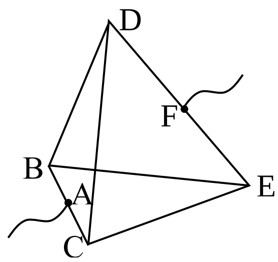
А затем из формулы (**) плотность кубика

$$\rho=\frac{\rho_0}{4}=250 \text{ кг/м}^3.$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Использованы правильные соотношения для силы Архимеда – 0,5 балла
2. Правильное использование условий плавания – равенство силы тяжести и архимедовой силы – 0,5 балла
3. Правильное использование условия плавания при действии на кубик «утапливающей» силы – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

4. Из симметрии цепи следует, что в каждом разветвлении ток делится пополам. Поэтому, если в точку А втекает ток I, сопротивление одного ребра R, то напряжения на всех проводниках, составляющих ребра пирамиды являются следующими:



$$U_{AB}=U_{AC}=IR/4,$$

$$U_{CD}=U_{CE}=U_{BE}=U_{BD}=IR/4,\ U_{DF}=U_{EF}=IR/4.$$

Поэтому напряжение между точками А и F равно

$$U_{AF}=U_{AB}+U_{BD}+U_{DF}=\frac{3IR}{4}$$

Отсюда находим, что сопротивление пирамиды равно $3R/4$.

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Правильная идея решения – по заданному току найти напряжение U_{AF} (с использованием симметрии цепи) или использование симметрии для сведения данной разветвленной цепи к простой – 0,5 балла
2. Правильное нахождение токов в каждом участке цепи – 0,5 балла
3. Правильное нахождение всех напряжений по закону Ома для участка цепи - 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

5. Пусть для того чтобы груз на нижней резинке коснулся земли, нужно N резинок и грузов. Для числа N выполнено условие

$$Nl+\left(\Delta l_1+\Delta l_2+\Delta l_3+...\right)\geq H \qquad (*)$$

где Δl_1 - удлинение нижней пружины, Δl_2 - удлинение второй снизу пружины, Δl_3 - третьей и т.д.

Удлинения резтнок найдем по закону Гука. Самую нижнюю резинку растягивает сила mg, вторую - $2mg$, $3mg$ и т.д. Поэтому суммарное удлинение всех резинок, равное величине опускания нижнего груза, можно найти как

$$\Delta l_1+\Delta l_2+\Delta l_3+...=\frac{mg}{k}\left(1+2+3+...+N\right)=\frac{mg}{k}\frac{N(N+1)}{2}$$

В результате неравенство (*) принимает вид

$$\frac{mg}{k}\frac{N(N+1)}{2}+Nl-H\geq 0$$

Или

$$N\geq -\left(\frac{1}{2}+\frac{kl}{mg}\right)+\sqrt{\left(\frac{1}{2}+\frac{kl}{mg}\right)^2+\frac{2kH}{mg}}$$

Подставляя данные условия задачи, получим

$$N\geq 39{,}5 \qquad \Rightarrow \qquad N=40$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильное использование закона Гука для нахождения удлинения всех резинок – 0,5 балла
2. Правильно найдена величина опускания самого нижнего груза – 0,5 балла
3. Правильное неравенство для числа резинок – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

Оценка работы
Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 10 баллов. Допустимыми являются все целые или «полуцелые» оценки от 0 до 10.