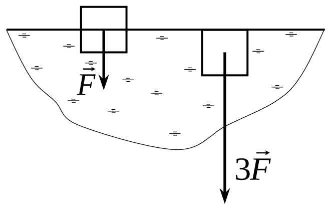
Отборочный тур
Отраслевой физико-математической олимпиады «Росатом»,
2019-2020 учебный год,
физика, 8 класс

1. Винни Пух и Пятачок пошли в гости к Кролику и шли с постоянной скоростью v. Когда они прошли одну седьмую часть пути, Винни Пух вспомнил, что забыл взять пустую банку для меда и решил вернуться за ней. С какой скоростью Винни Пух должен двигаться с этого момента, чтобы прийти к кролику одновременно с Пятачком, который продолжал двигаться с той же скоростью?

2. К источнику электрического напряжения $U_0 = 18$ В подключают два вольтметра, соединенных последовательно. При этом первый вольтметр показывает напряжение $U_1 = 6$ В, второй - $U_2 = 2U_1 = 12$ В. Когда к источнику подключают три последовательно соединенных вольтметра, то третий показывает напряжение $U_3 = 9$ В. Найти показания первого и второго вольтметра.

3. В прозрачный сосуд с водой опустили электрическую лампу мощностью $P = 60$ Вт в прозрачном кожухе и включили. Известно, что вода массой $m = 600$ г за время $t = 5$ мин нагрелась на $\Delta T = 4°$. Какую долю энергии, излученной лампой, сосуд пропустил наружу в виде излучения? Массой сосуда и кожуха пренебречь. Удельная теплоемкость воды $c = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг$\cdot$град).

4. Кубик плавает в воде. Чтобы кубик был погружен в воду наполовину, к нему необходимо приложить силу F, направленную вниз. Чтобы полностью погрузить в воду – силу $3F$, направленную вниз. Найти плотность вещества кубика. Плотность воды ρ_0 известна.



5. Перед светофором находится прямой участок дороги длиной $L = 1$ км. Зеленый сигнал включается на время $\Delta t = 1$ мин., затем сразу же на то же время включается красный сигнал (время горения желтого мало). При включении зеленого сигнала автомобили одновременно начинают двигаться с некоторой скоростью v, при включении красного - мгновенно останавливаются. Оказалось, что средняя на участке скорость автомобиля, въехавшего на него одновременно с включением зеленого сигнала, в 1,7 раза меньше v. Найти v.

Решения

1. Пусть расстояние от дома Винни Пуха до дома Кролика равно l. Тогда после того как Винни Пух пошел за банкой, Пятачку осталось пройти $6l/7$, в Винни Пуху - $8l/7$. Поскольку время, которое они должны затратить на это движение одинаково, имеем

$$\frac{6l/7}{v} = \frac{8l/7}{v_1}$$

где v_1 - скорость Винни Пуха. Отсюда находим

$$v_1 = \frac{4}{3}v$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильное использование формулы «расстояние-время-скорость» – 0,5 балла
2. Правильно определены расстояния, которые нужно пройти Винни-Пуху и Пятачку – 0,5 балла
3. Составлено правильное уравнение для определения скорости Винни-Пуха – 0,5 балла
4. Правильный ответ для скорости – 0,5 балла

2. Каждый вольтметр показывает напряжение на самом себе. В первом случае, вольтметры соединены последовательно, поэтому через них течет одинаковый ток. Следовательно, сопротивление второго вольтметра вдвое больше сопротивления первого.

Когда последовательно подключены три вольтметра, через них течет одинаковый ток. А поскольку напряжение на третьем - $U_3 = 9$, следовательно, на первых двух – тоже 9 В, которые поделятся между первым и вторым вольтметром в той же пропорции. Поэтому

$$U_1' = 3 \text{ В}, \ U_2' = 6 \text{ В}.$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Использованы правильные соотношения для тока и напряжения при последовательном соединении элементов в цепь – 0,5 балла
2. Правильно найдено соотношение между сопротивлениями первого и второго вольтметров – 0,5 балла
3. Правильно найдено напряжение на первых двух вольтметрах при последовательном соединении трех вольтметров – 0,5 балла
4. Правильные ответы – 0,5 балла

3. За время t лампа выделяет количество теплоты $Q = Pt$. Для нагрева воды нужно следующее количество теплоты

$$q = cm\Delta T$$

Отсюда находим количество теплоты, которое сосуд пропускает через стенки

$$\Delta q = Q - q = Pt - cm\Delta T,$$

и долю этой величины от излученного лампой количества теплоты

$$\eta = \frac{Q-q}{Q} = \frac{Pt - cm\Delta T}{Pt} = 0,44$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильная идея решения – найти полную энергию, излученную лампой, и энергию, необходимую для нагрева воды – их разность есть энергия, прошедшая наружу в виде излучения – 0,5 балла
2. Правильно найдено количество теплоты, выделенное лампой – 0,5 балла
3. Правильно найдено количество теплоты, необходимое для нагрева воды – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

4. Пусть свободно плавающий кубик погружается в воду на глубину h. Тогда условие равновесия кубика дает

$$\rho g a^3 = \rho_0 g a^2 h \qquad (*)$$

где ρ - плотность вещества кубика, a - длина его ребра. Отсюда находим отношение плотностей кубика и воды

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{h}{a} \qquad (**)$$

Когда на плавающий кубик действует «утапливающая» сила F, условие равновесия дает

$$\rho g a^3 + F = \rho_0 g V_{п.ч.}$$

где $V_{п.ч.}$ - объем погруженной части кубика. Поскольку $V_{п.ч.} = a^2\left(h + \Delta h\right)$, где Δh - глубина «притопления» кубика силой F дополнительно к его погружению за счет силы тяжести. Отсюда с учетом (*) получаем

$$F = \rho_0 g a^2 \Delta h$$

Поэтому для равновесных положений кубика, данных в задаче, имеем

$$\begin{aligned} F &= \rho_0 g a^2 \left(\frac{a}{2} - h\right) = \rho_0 g a^3 \left(\frac{1}{2} - \frac{h}{a}\right) \\ 3F &= \rho_0 g a^2 \left(a - h\right) = \rho_0 g a^3 \left(1 - \frac{h}{a}\right) \end{aligned} \qquad (***)$$

Деля уравнения (***) друг на друга, получаем

$$\frac{2}{3} = \frac{1 - 2x}{1 - x}$$

где $x = h/a$. Отсюда находим

$$x = \frac{1}{4}$$

А затем из формулы (**) плотность кубика

$$\rho = \frac{\rho_0}{4} = 250 \text{ кг/м}^3.$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Использованы правильные соотношения для силы Архимеда – 0,5 балла
2. Правильное использование условий плавания – равенство силы тяжести и архимедовой силы – 0,5 балла
3. Правильное использование условия плавания при действии на кубик «утапливающей» силы – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

5. Найдем отношение скорости машины к ее средней скорости на рассматриваемом участке. При этом нам нужно рассмотреть скорости, при которых машины делают разное количество остановок на участке L, поскольку при разном количестве остановок получаются разные отношения.

Первый случай. Скорости машин $v > L/\Delta t$. В этом случае машина проезжает участок без остановки, время проезда

$$\Delta t_1 = \frac{L}{v}$$

Средняя скорость

$$v_{ср} = \frac{L}{\Delta t_1} = v$$

И отношение скорости машины к ее средней скорости

$$\frac{v}{v_{ср}} = 1$$

никогда не равно 1,7.

Второй случай. Скорости машин лежат в интервале $L/2\Delta t < v < L/\Delta t$. В этом случае рассматриваемая машина делает ровно одну остановку на участке L, и время прохождения участка складывается из одного интервала движения, одной остановки и времени прохождения остатка участка

$$\Delta t_2 = 2\Delta t + \frac{L - v\Delta t}{v} = \Delta t + \frac{L}{v}$$

Отсюда находим среднюю скорость машины

$$v_{ср} = \frac{L}{\Delta t_2} = \frac{L}{\Delta t + \frac{L}{v}}$$

И отношение скорости машины к ее средней скорости

$$\frac{v}{v_{ср}} = 1 + \frac{v\Delta t}{L} \qquad (*)$$

Это отношение линейно зависит от скорости машины и на границах рассматриваемого интервала скоростей принимает значения

при $v = L/\Delta t$ $\qquad \frac{v}{v_{ср}} = 2$

при $v = L/2\Delta t$ $\qquad \frac{v}{v_{ср}} = 1 + \frac{1}{2} = 1,5$

Данное значение отношения 1,7 попадает в этот интервал. Поэтому из формулы (*) находим скорость машин, при которой отношение скорости машины к ее средней скорости равно данному значению

$$v = \frac{0,7L}{\Delta t} = 11,7 \text{ м/с.}$$

Третий случай. Скорости машин лежат в интервале $L/3\Delta t < v < L/2\Delta t$. В этом случае рассматриваемая машина делает ровно две остановки на участке L, и время прохождения участка складывается из двух интервалов движения, двух остановок и времени прохождения остатка участка

$$\Delta t_3 = 4\Delta t + \frac{L - 2v\Delta t}{v} = 2\Delta t + \frac{L}{v}$$

Отсюда находим среднюю скорость машины в этом случае

$$v_{ср} = \frac{L}{\Delta t_3} = \frac{L}{2\Delta t + \frac{L}{v}}$$

И отношение скорости машины к ее средней скорости

$$\frac{v}{v_{cp}} = 1 + \frac{2v\Delta t}{L} \tag{**}$$

На границах рассматриваемого интервала скоростей это отношение принимает значения

при $v = L/2\Delta t$ $\qquad \frac{v}{v_{cp}} = 2$

при $v = L/3\Delta t$ $\qquad \frac{v}{v_{cp}} = 1 + \frac{2}{3} = 1,66$

Данное в условии значение отношения 1,7 попадает в этот интервал. Поэтому из формулы (**) находим скорость машин, при которой отношение скорости машины к ее средней скорости равно данному значению (при двух остановках)

$$v = \frac{0,35L}{\Delta t} = 5,8 \text{ м/с.}$$

Четвертый случай. Скорости машин лежат в интервале $L/4\Delta t < v < L/3\Delta t$. В этом случае рассматриваемая машина делает ровно три остановки на участке L, и время прохождения участка складывается из трех интервалов движения, трех остановок и времени прохождения остатка участка

$$\Delta t_4 = 6\Delta t + \frac{L - 3v\Delta t}{v} = 3\Delta t + \frac{L}{v}$$

Отсюда находим среднюю скорость машины в этом случае

$$v_{cp} = \frac{L}{\Delta t_4} = \frac{L}{3\Delta t + \frac{L}{v}}$$

И отношение скорости машины к ее средней скорости

$$\frac{v}{v_{cp}} = 1 + \frac{3v\Delta t}{L} \tag{***}$$

На границах рассматриваемого интервала скоростей это отношение принимает значения

при $v = L/3\Delta t$ $\qquad \frac{v}{v_{cp}} = 2$

при $v = L/4\Delta t$ $\qquad \frac{v}{v_{cp}} = 1 + \frac{3}{4} = 1,75$

Данное в условии значение отношения 1,7 не попадает в этот интервал. Поэтому такой скорости машин, при которой отношение скорости машины к ее средней скорости равно 1,7 (при трех ее остановках) не существует.

Пятый и другие случаи. Из проведенного рассмотрения понятно, что если скорость машин лежит в интервале $L/(n+1)\Delta t < v < L/n\Delta t$, машина делает ровно n остановок. Повторяя проведенные вычисления, находим, что в этом случае отношение скорости машины к ее средней скорости лежит в интервале

$$1 + \frac{n+1}{n} < \frac{v}{v_{cp}} < 2$$

и значение отношения 1,7 ни для каких n, кроме $n=2$ и $n=3$ не попадает в рассматриваемый интервал. Это значит, что только при двух найденных значениях скорости машины

$$v=\frac{0,7L}{\Delta t}=11,7 \text{ м/с и } v=\frac{0,35L}{\Delta t}=5,8 \text{ м/с}$$

Отношение скорости рассматриваемой машины к ее средней скорости равно 1,7.

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильные формулы для средней скорости в случае одной, двух и т.д. остановок – 0,5 балла
2. Правильное вычисление отношения скорости машин к их средней скорости в случае одной, двух, трех и т.д. остановок – 0,5 балла
3. Правильный способ проверки в каких пределах лежит данное отношение в случае одной, двух, трех и т.д. остановок – 0,5 балла
4. Правильные ответы для скорости – 0,5 балла

Оценка работы

Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 10 баллов. Допустимыми являются все целые или «полуцелые» оценки от 0 до 10.