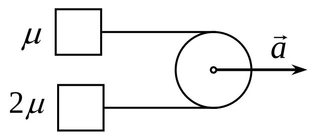
Решения и критерии оценивания
Заключительный тур олимпиады Росатом, физика, 10 класс
международный комплект
2019-2020 учебный год

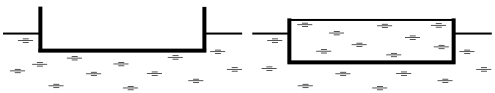
1. Три машины одновременно выехали из города А в город В и ехали по одной дороге с постоянными скоростями. Скорость первой машины была v, второй - $2v/3$. Известно, что первая машина приехала в город В, когда часы показывали t часов, вторая – когда часы показывали $t+1$ часов, третья – когда часы показывали $t+2$ часов. Найти скорость третьей машины.

2. На шероховатой горизонтальной поверхности покоятся два бруска с одинаковой массой m. Коэффициенты трения брусков о поверхность равны μ и 2μ. К брускам привязана веревка, которая переброшена через легкий горизонтально расположенный блок (см. рисунок; вид сверху). Какое минимальное горизонтальное ускорение $\vec{a}$ нужно сообщить блоку, чтобы оба бруска стронулись с места?

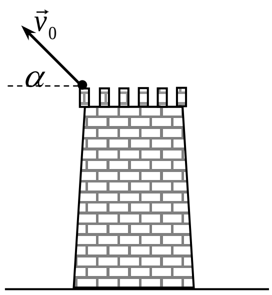


3. Порция гелия участвует в следующем процессе: сначала газ совершает изотермическое расширение, получив количество теплоты Q, затем его подвергли изобарическому сжатию, совершив над ним работу $A = Q/3$, а затем изохорически вернули к первоначальному состоянию. Найти термодинамический КПД этого цикла и среднюю мощность двигателя, работающего по такому циклу, если весь цикл длится Δt.

4. Прямоугольная деревянная коробка имеет массу m и вмещает объем воды V. Если опустить коробку в воду (левый рисунок), над поверхностью будет выступать край коробки высотой h_1. На какую высоту над поверхностью воды будет выступать край коробки, если ее полностью заполнить водой и опустить в воду (правый рисунок)? Плотность дерева составляет 2/3 от плотности воды.



5. С высокой башни бросают два маленьких камешка с интервалом времени Δt. Начальные скорости камешков одинаковы и направлены под одним и тем же углом α ($\alpha > 0$; см. рисунок). Найти минимальное расстояние между камешками в процессе последующего движения. В какой момент времени расстояние между камешками достигнет минимального значения. Начальные скорости камешков v_0, сопротивлением воздуха пренебречь.



Решения

1. Применяя формулу «расстояние-время-скорость» к первой и второй машинам, получим

$$v(t-t_0)=\frac{2}{3}v(t+1-t_0)$$

где t_0 - время выхода машин из города А. Отсюда

$$t_0=t-2$$

Теперь применяя ту же формулу к первой и третьей машинам, получим для скорости третьей машины v_3

$$2v=4v_3$$

Или

$$v_3=\frac{v}{2}$$

Критерии оценки задачи
1. Правильное использование формул «расстояние-время-скорость» – 0,5 балла,
2. Правильные уравнения движения для первой и второй машин – 0,5 балла,
3. Правильное нахождение времени выхода машин из города А – 0,5 балла,
4. Правильное уравнение движения для третьей машины и правильное нахождение ее скорости – 0,5 балла,
Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

2. Понятно, что при небольшом ускорении блока сила натяжения веревки будет небольшой и сможет сдвинуть только тело с меньшим трением. Второй же груз в этом случае будет стоять. При увеличении ускорения блока будет возрастать сила натяжения нити, и при определенном ускорении блока тело с большим трением сдвинется. Найдем этот момент, постепенно увеличивая ускорение блока.

Итак, пусть ускорение блока a таково, что тело с меньшим трением движется, а с бóльшим – покоится. Тогда второй закон Ньютона для движущегося тела в проекциях на ось, направленную вдоль ускорения блока дает

$$ma_1=T-\mu mg \qquad (*)$$

где a_1 - ускорение движущегося тела. Очевидно, что ускорение тела a_1 вдвое превосходит ускорение блока a. Действительно, если блок перемещается на некоторую величину Δx, то с той стороны от блока, где находится покоящееся тело, требуется лишний кусочек веревки длиной Δx. Поэтому веревка с другой стороны становится короче на величину Δx. Кроме того, блок, от которого начинается веревка, привязанная ко второму телу, тоже перемещается на Δx. Следовательно, перемещение второго тела составляет $2\Delta x$, т.е. скорость второго тела вдвое больше скорости блока в любой момент времени. Поэтому и ускорение второго тела больше ускорения блока в два раза. В результате из (*) имеем

$$T=2ma+\mu mg \qquad (**)$$

Из формулы (**) следует, что при малом ускорении блока сила T, больше μmg, но меньше $2\mu mg$. А поскольку при увеличении ускорения блока сила T возрастает, при некотором ускорении второе тело сдвинется с места. Это произойдет, если

$$T = 2ma + \mu mg \geq 2\mu mg \qquad \Rightarrow \qquad a \geq \mu g / 2$$

Критерии оценки задачи

1. Правильная идея решения – использование уравнений динамики при том, что при минимальном ускорении a, когда оба груза стронулись с места, ускорение груза с бóльшим трением равно нулю - 0,5 балла,
2. Правильная связь ускорения блока и ускорения тела с меньшим трением – 0,5 балла,
3. Правильные уравнения динамики и использование формулы для максимальной силы трения при движении или в момент начала движения – 0,5 балла,
4. Правильный ответ для ускорения блока – 0,5 балла

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

3. Поскольку изменение энергии газа в изотермическом процессе равно нулю, работа газа в этом процессе A_T равна количеству полученной им в этом процессе теплоты $A_T = Q$. В изохорическом процессе не совершается работа, поэтому работа газа за цикл равна

$$A_c = A_T - A = Q - A$$

Найдем теперь количество теплоты, полученное газом в течение цикла от нагревателя $Q_н$. Газ получал энергию от нагревателя в изотермическом (Q) и изохорическом (Q_V) процессах. А поскольку в изохорическом процессе не совершалась работа, $Q_V = \Delta U_V$, где ΔU_V - изменение внутренней энергии газа в изохорическом процессе. Поэтому

$$Q_н = Q + \Delta U_V$$

Но изменения внутренней энергии газа в изобарическом и изохорическом процессе совпадают (с точностью до знака), а изменение внутренней энергии одноатомного газа в изобарическом процессе составляет три вторых от его работы (гелий – одноатомный газ), то

$$\Delta U_V = \frac{3}{2}A$$

Отсюда получаем

$$Q_н = Q + \frac{3}{2}A$$

В результате находим коэффициент полезного действия процесса

$$\eta = \frac{A_c}{Q_н} = \frac{Q - A}{Q + \frac{3}{2}A} = \frac{2(Q - A)}{2Q + 3A}$$

Для $A = Q/3$

$$\eta = \frac{4}{9}$$

Мощность двигателя можно найти как отношение работы за цикл к продолжительности цикла

$$N = \frac{Q - A}{\Delta t} = \frac{2Q}{3\Delta t}$$

Критерии оценки задачи
1. Правильное нахождение работы газа за цикл – 0,5 балла,
2. Правильное применение первого начала термодинамики к третьему процессу и нахождение количества теплоты, полученного от нагревателя в течение цикла – 0,5 балла,
3. Правильный ответ для термодинамического КПД цикла – 0,5 балла,
4. Правильный ответ для мощности двигателя – 0,5 балла
Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

4. Пусть S - площадь наружного сечения коробки, L - ее высота. Поскольку ее объем складывается из объема дерева и внутреннего пустого пространства, имеем

$$SL = \frac{m}{\rho} + V \qquad \Rightarrow \qquad L = \frac{m}{\rho S} + \frac{V}{S} \tag{*}$$

(m - масса коробки, ρ - плотность дерева, V - объем внутреннего пространства в коробке). Условия плавания коробки без воды дает

$$m = \rho_0 S \left(L - h_1 \right) \qquad \Rightarrow \qquad L = \frac{m}{S\rho_0} + h_1 \tag{**}$$

где ρ_0 - плотность воды. Отсюда

$$\frac{m}{S\rho_0} + h_1 = \frac{m}{\rho S} + \frac{V}{S} \qquad \Rightarrow \qquad S = \frac{1}{h_1}\left[\frac{m\left(\rho_0 - \rho\right)}{\rho_0 \rho} + V \right]$$

Запишем теперь условие плавания коробки с водой. Поскольку масса коробки увеличилась на $V\rho_0$, глубина ее погружения должна увеличится на такую величину, чтобы добавка к силе Архимеда компенсировала дополнительную силу тяжести. Поэтому если расстояние от верхнего края коробки до поверхности воды уменьшилось от величины h_1 до величины h_2, то увеличение силы Архимеда составит $\rho_0 g \left(h_1 - h_2 \right) S$. Отсюда

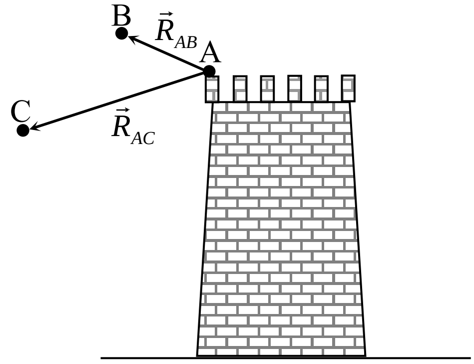
$$V = \left(h_1 - h_2 \right) S \qquad \Rightarrow \qquad h_2 = h_1 - \frac{V}{S} = h_1 \left[1 - \frac{V}{V + \dfrac{m\left(\rho_0 - \rho\right)}{\rho_0 \rho}} \right] = h_1 \left[1 - \frac{2\rho_0 V}{2\rho_0 V + m} \right]$$

Критерии оценки задачи
1. Правильное условие плавания коробки без воды – 0,5 балла,
2. Связь геометрических параметров коробки – 0,5 балла
3. Условия плавания коробки с водой – 0,5 балла,
4. Правильный ответ – 0,5 балла,
Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

5. Из законов равноускоренного движения имеем

$$\vec{R}(t) = \vec{R}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{g}t^2}{2} \tag{*}$$

где $\vec{R}(t)$ - радиус-вектор тела относительно некоторой системы координат, $\vec{R}_0$ - начальный радиус-вектор относительно той же системы координат. Помещая начало системы координат в точку А, получим из (*)



$$\begin{aligned}\vec{R}(\tau) &= \vec{R}_{AB} = \vec{v}_0\tau + \frac{\vec{g}\tau^2}{2} \\ \vec{R}(2\tau) &= \vec{R}_{AC} = 2\vec{v}_0\tau + 2\vec{g}\tau^2\end{aligned} \qquad (**)$$

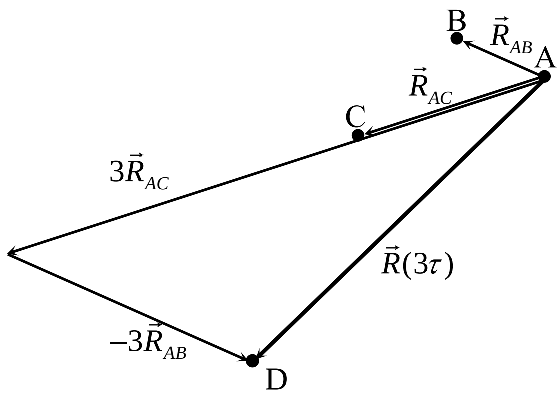
Из системы (**) находим

$$\frac{4\vec{R}_{AB} - \vec{R}_{AC}}{2} = \vec{v}_0\tau \qquad \vec{R}_{AC} - 2\vec{R}_{AB} = \vec{g}\tau^2$$

Используя теперь найденные векторы, получим

$$\vec{R}(3\tau) = 3\vec{v}_0\tau + \frac{9}{2}\vec{g}\tau^2 = \frac{3\left(4\vec{R}_{AB} - \vec{R}_{AC}\right)}{2} + \frac{9\left(\vec{R}_{AC} - 2\vec{R}_{AB}\right)}{2} = 3\left(\vec{R}_{AC} - \vec{R}_{AB}\right) = 3\vec{R}_{AC} - 3\vec{R}_{AB}$$

Построение вектора $\vec{R}(3\tau)$, который определяет положение тела в момент времени 3τ после броска по отношению к точке А, и положение тела в этот момент (точка D) показаны на рисунке. Вектор $3\left(\vec{R}_{AC} - \vec{R}_{AB}\right)$ выделен жирным. Конечно постороение вектора, соединяющего две точки, и его удлинение в три раза могут быть сделаны циркулем и линейкой.



Критерии оценки задачи

1. Правильная идея решения – использование векторного закона движения и правил сложения векторов для построения – 0,5 балла,

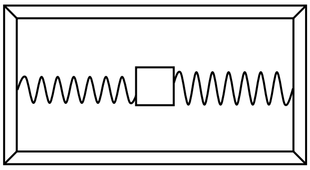
2. Правильно записаны законы движения для моментов τ и 2τ – 0,5 балла,

3. Правильно найден вектор $\vec{v}_0\tau$ и $\vec{g}\tau^2$ – 0,5 балла,

4. Правильное построение искомого радиус-вектора и точки, в которой тело будет через время 3τ после броска – 0,5 балла,

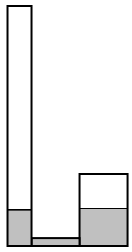
Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

Решения и критерии оценивания
Заключительный тур олимпиады Росатом, физика, 10 класс
2019-2020 учебный год

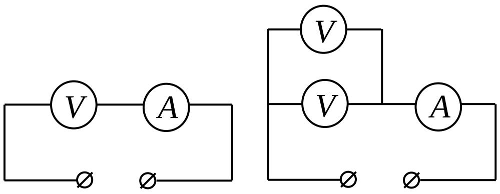


1. Тело прикрепляют с помощью двух пружин, коэффициенты жесткости которых отличаются в два раза, к прямоугольной рамке. При этом тело может двигаться только вдоль длинной стороны рамки Когда рамку расположили горизонтально (см. рисунок), тело оказалось точно посередине рамки, при этом пружины действуют на тело с силами F. Когда рамку расположили вертикально так, что более жесткая пружина находится вверху, одна из пружин оказалась недеформированной. Найти массу тела. Считать, что для любых деформаций пружин справедлив закон Гука.

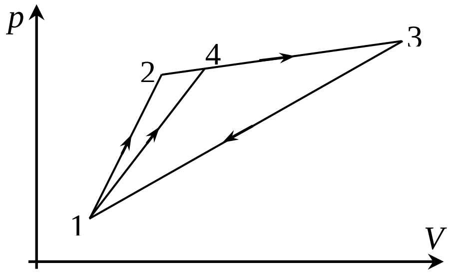
2. Сообщающиеся сосуды представляют собой два вертикальных цилиндрических сосуда, соединенные внизу тонкой трубкой. Радиус узкого сосуда R, широкого $2R$. Широкий сосуд имеет высоту h, узкий – очень высокий. В сосуды налита вода так, что ее уровень расположен на высоте $h/2$ от поверхности. В узкое колено аккуратно наливают масло, плотность которого составляет четыре пятых от плотности воды. Какой максимальный объем масла можно налить в сосуды? Объемом соединяющей сосуды трубки пренебречь.



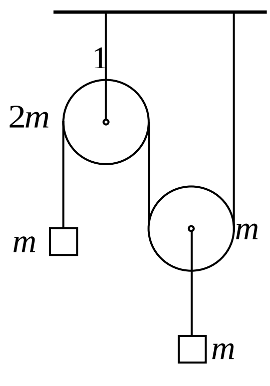
3. Когда к источнику постоянного напряжения подключили последовательно соединенные амперметр и вольтметр (левый рисунок), вольтметр показал напряжение U. Когда параллельно этому вольтметру подключили еще один такой же вольтметр (правый рисунок), вольтметры в сумме показали напряжение $12U/7$. Затем параллельно этим двум вольтметрам подключают еще очень много точно таких же вольтметров. Какое напряжение они покажут в сумме? Сопротивлением подводящих проводов пренебречь.



4. С идеальным газом проводят циклический процесс 1-2-3-1, график которого в координатах «давление-объем» представляет собой треугольник, причем прямые 1-2, 2-3 и 1-3 являются возрастающими (см. рисунок). Известно, что термодинамический КПД процесса 1-2-3-1 равен η. Найти КПД процесса 1-4-3-1, если прямая 1-4 делит отрезок 2-3 на части, длины которых 2-4 и 4-3 относятся друг к другу как 1:4 соответственно.



5. Через блоки переброшена легкая нерастяжимая веревка, к одному концу которой прикреплено тело массой m, второй конец которой прикреплен к горизонтальному потолку. Левый блок имеет массу $2m$, правый - m, причем масса блоков практически сосредоточена в их осях. Систему удерживают, а в некоторый момент времени веревку 1 перерезают и предоставляют систему самой себе. Найти ускорения тел после этого.



Решения

1. Условию задачи не противоречат два положения – когда в горизонтальном положении пружины растянуты или сжаты.

Рассмотрим первый случай: в горизонтальном положении пружины растянуты. Тогда, поскольку при перевороте рамки в вертикальное положение растяжение нижней пружины должно уменьшиться, а верхней – увеличиться, то именно нижняя пружина будет не деформирована, а груз будет удерживать верхняя пружина. Поскольку величина укорочения нижней пружины равна величине удлинения верхней (при перевороте рамки), то со стороны нижней пружины пропадает сила F)эта пружина станет недеформированной), а со стороны верхней добавляется сила $2F$. Отсюда заключаем, что

$$m = \frac{3F}{g}$$

Второй случай: в горизонтальном положении обе пружины сжаты. Тогда в вертикальном положении недеформированной будет верхняя пружина, а силу тяжести компенсировать нижняя. При этом поскольку при перевороте рамки дополнительное удлинение верхней пружины равно дополнительному укорочению нижней, к силе упругости нижней пружины F за счет ее дополнительной деформации добавится сила $F/2$ (поскольку коэффициент жесткости нижней пружины вдвое меньше). Поэтому

$$m = \frac{3F}{2g}$$

Таким образом, масса тела может принимать два значения

$$m_1 = \frac{3F}{g} \text{ и } m_2 = \frac{3F}{2g}$$

Критерии оценки задачи
1. Правильно использован закон Гука – 0,5 балла,
2. Правильно рассмотрен случай вертикальной рамки, когда в горизонтальном положении пружины были сжаты – 0,5 балла,
3. Правильно рассмотрен случай вертикальной рамки, когда в горизонтальном положении пружины были растянуты – 0,5 балла,
4. Правильные ответы – 0,5 балла (если участник рассмотрел только один случай, его максимальная оценка за задачу не превышает 1 балла).
Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

2. Пока в сосуде есть только вода, ее уровень в обоих коленах одинаковый. Когда мы наливаем масло в узкое колено, оно размещается выше воды (плотность масла – меньше), давление в узком сосуде увеличивается, и масло выталкивает воду в широкое колено. Когда вся вода перейдет в широкое колено (а оно еще не будет заполнен доверху – его объем больше имеющейся у нас воды), туда из узкого колена начнет перетекать и масло. В результате жидкость дойдет до верхнего края широкого колена и далее будет выливаться из сосуда. Поэтому максимальный объем масла, который можно налить в узкое колено, это такой объем масла, который обеспечивает полное заполнение широкого колена и такое давление масла в узком колене, которое равно давлению жидкости в широком колене. Найдем этот объем.

Во-первых, объем воды в сосуде равен

$$V_в = \pi R^2 \frac{h}{2} + \pi\left(2R\right)^2 \frac{h}{2} = \frac{5}{2}\pi R^2 h$$

А поскольку объем широкого колена равен $4\pi R^2 h$, то объем масла, необходимый для заполнения широкого колена есть

$$V_1 = 4\pi R^2 h - \frac{5}{2}\pi R^2 h = \frac{3}{2}\pi R^2 h$$

Эта жидкость обеспечивает следующее давление около дна широкого сосуда

$$p = \frac{\left(5/2\right)\pi\rho g R^2 h}{4\pi R^2} + \frac{\left(3/2\right)\pi\left(4/5\right)\rho g R^2 h}{4\pi R^2} = \frac{5}{8}\rho g h + \frac{3}{10}\rho g h = \frac{37}{40}\rho g h$$

Масло в узком колене должно обеспечить это же давление поэтому высота уровня масла в узком колене может быть найдена так

$$\frac{4}{5}\rho g h_1 = \frac{37}{40}\rho g h \qquad \Rightarrow \qquad h_1 = \frac{37}{32}h$$

А объем этого масла равен

$$V_2 = \frac{37}{32}\pi R^2 h$$

Отсюда находим полный объем масла, который можно налить в узкое колено сосуда

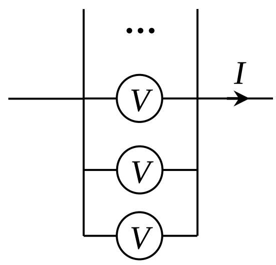
$$V = V_1 + V_2 = \frac{3}{2}\pi R^2 h + \frac{37}{32}\pi R^2 h = \frac{85}{32}\pi R^2 h$$

Критерии оценки задачи

1. Понято, что есть ограничение объема масла, который можно налить в сосуд (если налить больше этого объема, масло будет выливаться из широкого колена) – 0,5 балла,
2. Правильно написано условие равновесия масла в сосуде – 0,5 балла,
3. Правильно учтено перетекание воды и части масла в широкий сосуд – 0,5 балла,
4. Правильный ответ – 0,5 балла,

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

3. Очевидно, что если в проводник, по которому течет ток I, включены соединенные последовательно какое-то количество одинаковых вольтметров, то сумма показаний всех вольтметров равна произведению тока I на сопротивление одного вольтметра. Действительно, пусть имеется цепь, содержащая n вольтметров, показанная на рисунке справа. Тогда поскольку вольтметры одинаковы, через каждый течет ток I/n, показания каждого (а вольтметр показывает напряжение на самом себе) равны $U_1 = IR/n$ (R - сопротивление вольтметра), а сумма показаний вольтметров равна



$$nU_1 = IR$$

Построим теперь формулу для напряжения одного, суммы напряжений двух или большого количества вольтметров. Когда в цепь включен один вольтметр (левый рисунок в условии задачи), его показания U можно найти по закону Ома для данного участка цепи

$$I = \frac{U_0}{R+r} \qquad \Rightarrow \qquad U = IR = \frac{U_0 R}{R+r} \tag{*}$$

(U_0 - напряжение источника, R - сопротивление одного вольтметра, r - сопротивление амперметра). Когда в цепь включены два вольтметра (правый рисунок условия задачи), сумму показаний вольтметров можно найти как

$$I = \frac{U_0}{\left(R/2\right)+r} = \frac{2U_0}{R+2r} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{12}{7}U = IR = \frac{2U_0 R}{R+2r} \tag{**}$$

Если в цепь включены очень много вольтметров n, то сумму показаний всех вольтметров можно найти как

$$I = \frac{U_0}{\left(R/n\right)+r} = \frac{nU_0}{R+nr} \approx \frac{U_0}{r} \qquad \Rightarrow \qquad U_\Sigma = IR = \frac{U_0 R}{r} \tag{***}$$

Таким образом, для нахождения суммы показаний большого количества вольтметров нужно знать величину $U_0 R / r$. Найдем ее из формул (*), (**). «Переворачивая» эти формулы, получим

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{U_0} + \frac{r}{U_0 R}$$
$$\frac{7}{12U} = \frac{1}{2U_0} + \frac{r}{U_0 R}$$

Умножая теперь первое уравнение системы на ½ и вычитая первое уравнение из второго, получим

$$\frac{r}{U_0 R} = \frac{1}{6U}$$

И из формулы (***) заключаем, что сумма показаний большого количества вольтметров, включенных в нашу цепь, будет равна

$$U_\Sigma = 6U$$

Критерии оценки задачи
1. Доказано, что если в систему параллельно соединенных одинаковых вольтметров втекает ток I, то сумма показаний всех вольтметров равна IR (R - сопротивление одного вольтметра) – 0,5 балла,
2. Правильный расчет цепи с одним вольтметром (связь показаний вольтметра с напряжением источника) – 0,5 балла,
3. Правильный расчет цепи с двумя вольтметрами – 0,5 балла,
4. Правильный ответ – 0,5 балла
Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

4. Поскольку все участки процессов – растущие прямые, на каждом из них газ контактирует либо только с нагревателем (и получает положительное тепло), либо только с холодильником (отдает по-

ложительное тепло). Очевидно, что в процессе 1-2-3-1 контакт с нагревателем имеет место в процессах 1-2 и 2-3, контакт с холодильником – в процессе 3-1. Поэтому

$$\eta = \eta_{1231} = \frac{A_{1-2-3-1}}{Q_{1-2-3}}$$

где $A_{1-2-3-1}$ - работа газа за цикл 1-2-3-1, Q_{1-2-3} - количество теплоты, полученное газом в процессе 1-2-3. Эту же формулу можно переписать через количество теплоты, отданное холодильнику. Поскольку тепло отдается холодильнику в процессе 3-1, а $A_{1-2-3-1} = Q_{1-2-3} - Q_{3-1}$, где Q_{3-1} - количество теплоты, переданное холодильнику в процессе 3-1, то

$$\eta_{1231} = \frac{A_{1-2-3-1}}{A_{1-2-3-1} + Q_{3-1}} = \frac{1}{1 + \left(Q_{3-1} / A_{1-2-3-1}\right)} \qquad (*)$$

Так как треугольники 123 и 143 имеют одинаковую высоту, а основание треугольника 143 составляет 4/5 от основания треугольника 123, то площадь треугольника 143 составляет 4/5 от площади треугольника 123. Поэтому работа газа в цикле 1-4-3-1 составляет 4/5 от работы газа в цикле 1-2-3-1

$$A_{1-4-3-1} = \frac{4}{5} A_{1-2-3-1}$$

А поскольку в циклах 1-2-3-1 и 1-4-3-1 одинаковый участок, где происходит контакт с холодильником, то количество теплоты, переданное в них холодильнику, одинаковое. Поэтому для КПД цикла 1-4-3-1 имеем

$$\eta_{1431} = \frac{(4/5) A_{1-2-3-1}}{(4/5) A_{1-2-3-1} + Q_{3-1}} = \frac{(4/5)}{(4/5) + \left(Q_{3-1} / A_{1-2-3-1}\right)} \qquad (**)$$

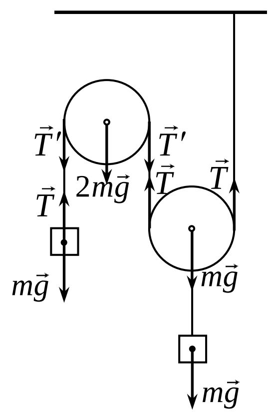
Выражая отношение $Q_{3-1} / A_{1-2-3-1}$ из формулы (*) и подставляя его в (**), получим

$$\eta_{1431} = \frac{(4/5) A_{1-2-3-1}}{(4/5) A_{1-2-3-1} + Q_{3-1}} = \frac{4\eta_{1-2-3-1}}{5 - \eta_{1-2-3-1}} = \frac{4\eta}{5 - \eta}$$

Критерии оценки задачи

1. Использовано правильное определение термодинамического КПД двигателя – 0,5 балла,
2. Понято, что в двух рассматриваемых циклах одинаковые участки, на которых газ отдает тепло холодильнику, в результате чего в двух циклах количество теплоты, отданное холодильнику одинаково – 0,5 балла,
3. Правильные связи работ, совершенных двигателями за цикл – 0,5 балла,
4. Правильные ответы – 0,5 балла,

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.



5. Силы, действующие на тела и блоки, показаны на рисунке, причем модули сил $\vec{T}$ и $\vec{T}'$ равны друг другу (поскольку это силы натяжения одной и той же безмассовой нити). Второй закон Ньютона для левого тела, верхнего блока и системы «нижний блок-тело» в проекциях на ось, направленную вертикально вниз, дает

$$ma_1 = mg - T$$
$$2ma_2 = 2mg + 2T$$
$$2ma_3 = 2mg - 2T$$

где a_1, a_2 и a_3 - ускорения левого груза, верхнего блока и системы нижний блок-тело соответственно. Поскольку первое и третье уравнение отличаются только множителем 2, то $a_1 = a_3$. Поэтому только два уравнения системы независимы

$$\begin{aligned} ma_1 &= mg - T \\ 2ma_2 &= 2mg + 2T \end{aligned} \qquad (*)$$

Установим теперь связь ускорений. Во-первых, очевидно, что и левое тело, и система «нижний блок-тело» движутся вниз (если бы их ускорения были бы разные, одно из них могло бы двигаться вверх; одновременно двигаться вверх они не могут). Далее. Поскольку у левого тела и системы «нижний блок-тело» одинаковые ускорения, они движутся совершенно одинаково, имеют в любые моменты одинаковые скорости и совершают одинаковые перемещения за одинаковые интервалы времени. Поэтому, если за некоторый интервал времени левое тело переместилось вниз на некоторую величину Δx, то система «нижний блок-тело» переместилось вниз на такую же величину. Для таких перемещений потребуется лишняя нить длиной $3\Delta x$. Эта нить может освободиться только за счет перемещения верхнего блока, который должен, таким образом, сместиться вниз на величину $3\Delta x/2$. А следовательно, для ускорений имеет место связь

$$a_1 = \frac{3}{2}a_2 \qquad (**)$$

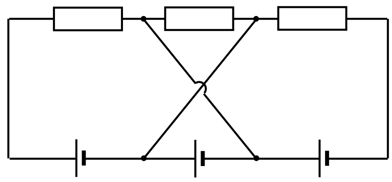
Решая систему уравнений (*)-(**) найдем

$$a_1 = \frac{4}{5}g\,,\ a_2 = \frac{6}{5}g$$

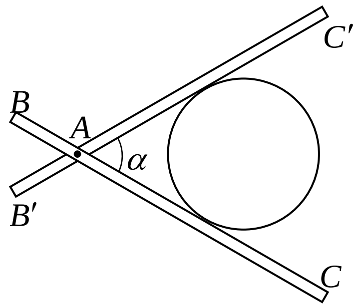
Критерии оценки задачи
1. Правильно расставлены силы, действующие на тела системы и блоки – 0,5 балла,
2. Правильно написаны законы Ньютона для всех тел и блоков – 0,5 балла,
3. Правильные условия связи сил и ускорений тел и блоков – 0,5 балла,
4. Правильные ответы – 0,5 балла,

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

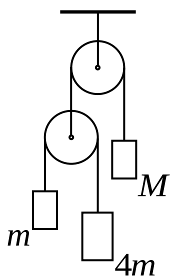
Решения и критерии оценивания
Заключительный тур олимпиады Росатом, физика, 10 класс
2019-2020 учебный год



1. Электрическая цепь, схема которой показана на рисунке, содержит три одинаковых источника с ЭДС $\varepsilon = 1{,}5$ В с нулевым внутренним сопротивлением и три резистора, два из которых имеют сопротивление $R = 100$ Ом, третий - $2R$. Найти ток через средний источник. Сопротивления проводов пренебрежимо малы.

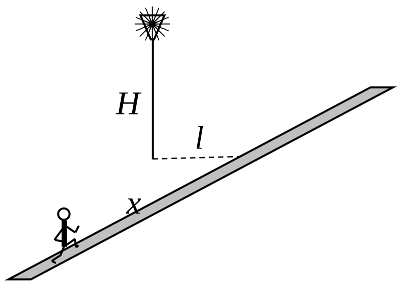


2. На горизонтальной поверхности между двумя одинаковыми стержнями BC и $B'C'$ находится шайба. Стержни скреплены шарнирно в точке А (см. рисунок; вид сверху). Концы стержней B и B' сжимают, перемещая шайбу по поверхности. При каком угле между стержнями α наступит заклинивание - шайба перестанет двигаться при любом усилии, прикладываемом к точкам B и B'? Коэффициент трения между стержнями и шайбой - μ, трение между шайбой и поверхностью отсутствует.



3. Имеется система трех грузов и двух блоков, показанная на рисунке. Блоки и нити в системе невесомы, нити нерастяжимы. Массы двух нижних тел равны m и $4m$. При какой массе третьего тела M одно из тел может находиться в покое?

4. С некоторым количеством одноатомного идеального газа проводят процесс, в котором его теплоемкость остается постоянной, а газ совершает работу A ($A > 0$). Затем с этим же газом проводят изохорический процесс, в котором к нему подводят количество теплоты $Q = (3/4)A$, а его температура возвращается к первоначальному значению. Определить молярную теплоемкость газа в первом процессе. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль$\cdot$К) известна. Получает или отдает газ энергию в первом процессе в результате теплообмена?

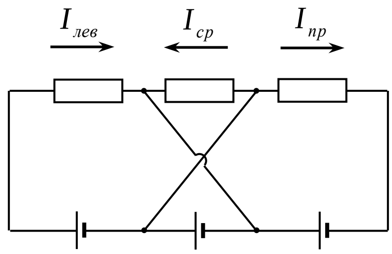


5. Мальчик, рост которого h идет с постоянной скоростью v по прямой дорожке, проходящей на расстоянии l от фонаря высотой H (см. рисунок). Найти скорость тени на земле от головы мальчика в тот момент времени, когда расстояние от мальчика до точки дорожки, находящейся на минимальном расстоянии от основания фонаря, равно $x = 2l$.

Решения

1. Возможны два типа соединения двух резисторов R и одного $2R$ в рассматриваемой цепи – (1) резистор $2R$ находится посередине между двумя резисторами R или (2) резистор $2R$ находится с краю (неважно с какого, поскольку одно его расположение (например, «левое») сводится ко второму («правому») переворачиванием цепи и источников). Рассмотрим отдельно оба типа соединений.

1. Пусть резистор $2R$ расположен между двумя резисторами R. Поскольку источники не имеют внутренних сопротивлений, напряжение на зажимах источника (при любом токе через них) равно его ЭДС. Поэтому напряжение на среднем сопротивлении равно ε, а ток через него можно найти по закону Ома для участка цепи



$$I_{ср} = \frac{\varepsilon}{2R},$$

течет этот ток справа налево (см. рисунок). Аналогично находим, что ток через левый резистор равен $I_{лев} = 2\varepsilon / R$ и течет слева направо (см. рисунок). Ток через правый резистор равен $I_{пр} = 2\varepsilon / R$ и течет слева направо (см. рисунок). В результате по проводу, наклоненному слева-направо-вниз, течет ток $I_{лев} + I_{ср}$, через правый источник справа налево течет ток $I_{пр}$. Следовательно, в правый нижний узел по двум проводам втекает ток $I_{лев} + I_{ср} + I_{пр}$, который должен вытекать по третьему проводу к среднему источнику. Поэтому через средний источник в направлении справа налево течет ток

$$I = I_{лев} + I_{ср} + I_{пр} = \frac{9\varepsilon}{2R} = 0{,}135 \text{ А}$$

2. Если больший резистор находится слева, ток через средний резистор также определяется формулой

$$I = I_{лев} + I_{ср} + I_{пр}$$

Но токи через резисторы меняются:

$$I_{лев} = \frac{2\varepsilon}{2R} = \frac{\varepsilon}{R},\ I_{ср} = \frac{\varepsilon}{R},\ I_{ср} = \frac{2\varepsilon}{R}$$

Поэтому

$$I = I_{лев} + I_{ср} + I_{пр} = \frac{4\varepsilon}{R} = 0{,}12 \text{ А}$$

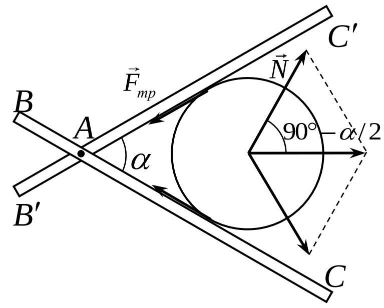
Течет этот ток справа налево. Если бы большее сопротивление было бы справа, ток через средний резистор был бы таким же.

Критерии оценки задачи

1. Правильная идея решения – закон Ома плюс условия ненакопления заряда в узлах (сумма токов, втекающих в каждый узел, равна сумме вытекающих) - 0,5 балла,
2. Понято, что есть два варианта расположения сопротивлений – 0,5 балла,
3. Правильные уравнения для закона Ома и ненакопления заряда в узлах – 0,5 балла,
4. Правильные ответы – 0,5 балла,

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

2. При действии на точки B и B' «сжимающих» сил возникнут силы реакции, действующие со стороны стержней на шайбу, сумма которых направлена от шарнира, соединяющего стержни. Эта сила будет действовать на шайбу, выталкивая ее из системы стержней. С другой стороны, при этом возникнут силы трения, которые направлены к шарниру, скрепляющему стержни, и которые препятствуют движению шайбы (см. рисунок).



Шайба будет двигаться, если сумма сил реакции (которые определяются тем, как мы сжимаем концы стержней B, и потому могут быть любыми) будет превосходить сумму двух сил трения, которая будет направлена к шарниру А. При этом силы трения будут принимать свои максимальные значения μN. То есть движение будет, если

$$2N\cos\left(90° - \frac{\alpha}{2}\right) \geq 2\mu N\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

или

$$\mu \leq tg\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

И соответственно движения не будет ни при какой силе N (т.е. произойдет заклинивание), если

$$\mu \geq tg\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

Критерии оценки задачи
1. Правильная расставлены силы, действующие на шайбу - 0,5 балла,
2. Правильное условие начала движения шайбы – 0,5 балла,
3. Использовано правильное условие для максимальной силы трения покоя – 0,5 балла,
4. Правильный ответ – 0,5 балла,
Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

3. Чтобы тело могло быть в покое, сумма действующих на него сил должна равняться нулю. Кроме того, должны выполняться условия связи сил натяжения (натяжение нижней веревки должно быть вдвое меньшим натяжения верхней). И должны быть связаны ускорения тел: если в покое находится тело массой M, ускорения тел m и $4m$ равны друг другу и направлены противоположно, если в покое находится одно из тел m или $4m$, ускорение второго тела и тела массой M должны отличаться вдвое. Проверим выполнимость этих условий для всех трех возможных вариантов покоя тел.

1. Пусть в покое находится тело M. Тогда сила натяжения веревки, переброшенной через верхний блок, должна равняться Mg, а сила натяжения веревки, переброшенной через нижний блок - $Mg/2$.

Ускорения тел m и $4m$ в этом случае равны

$$a_m = \frac{(M/2 - m)}{m}g, \quad a_{4m} = \frac{(4m - M/2)}{4m}g$$

Приравнивая эти ускорения, получаем уравнение на массу M, откуда находим

$$M = \frac{16}{5}m$$

2. Пусть в покое находится тело m. Тогда сила натяжения веревки, переброшенной через нижний блок, равна mg. Такая же сила действует и на второй груз, который в результате имеет ускорение, направленное вниз и равное

$$a_{4m} = \frac{3}{4}g$$

На тело массой M, следовательно, действует сила натяжения $2mg$, которая сообщает этому телу ускорение

$$a_M = \frac{(2m - M)}{M}g$$

А поскольку ускорение тела M в этом случае вдвое меньше ускорения тела $4m$, то должно быть выполнено условие

$$2\frac{(2m - M)}{M}g = \frac{3}{4}g$$

Откуда находим

$$M = \frac{16}{11}m$$

3. Пусть в покое находится тело $4m$. Тогда сила натяжения веревки, переброшенной через нижний блок, равна $4mg$. Такая же сила действует и на второй груз, который в результате имеет ускорение, направленное вверх и равное

$$a_m = 3g$$

На тело массой M тогда действует сила натяжения $8mg$, и его ускорение (направленное вниз) равно

$$a_M = \frac{(M - 8m)}{M}g$$

А поскольку ускорение тела M должно быть вдвое больше ускорения тела m, то

$$3g = 2\frac{(M - 8m)}{M}g$$

Отсюда находим

$$M = -16m$$

А поскольку такого быть не может, этот случай не реализуется.

Таким образом:

Тело m может находиться в покое при

$$M = \frac{16}{11}m$$

Тело M может находиться в покое при

$$M = \frac{16}{5}m$$

Тело $4m$ в покое не может находиться в покое ни при какой массе тела M.

Критерии оценки задачи
1. Правильные вторые законы Ньютона для всех тел - 0,5 балла,
2. Правильные условия связи в случаях, когда одно из тел в покое – 0,5 балла,
3. Доказано, что в покое могут находится два тела – 0,5 балла,
4. Правильные ответы – 0,5 балла,
Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

4. Пусть начальная температура газа в первом процессе - T_1, конечная - T_2. Тогда в первом процессе газ получает количество теплоты $C\nu\left(T_2-T_1\right)$ (C - молярная теплоемкость газа в первом процессе, ν - количество вещества газа). Поэтому первый закон термодинамики для первого процесса дает

$$C\nu\left(T_2-T_1\right)=\frac{3}{2}\nu R\left(T_2-T_1\right)+A \qquad (*)$$

Второй процесс, происходящий с газом – изохорический, с начальной температурой T_2, конечной – T_1. И поскольку в нем не совершается работа, а газ – одноатомный, количество теплоты, сообщенное газу в этом процессе, определяется соотношением

$$Q=\frac{3}{2}\nu R\left(T_1-T_2\right)$$

При этом по условию это количество теплоты – положительное, поэтому $T_1>T_2$ (в первом процессе газ охлаждается, во втором нагревается). Выражая из этой формулы разность температур и подставляя ее в (*), получим

$$C=\frac{3}{2}R\frac{Q-A}{Q}$$

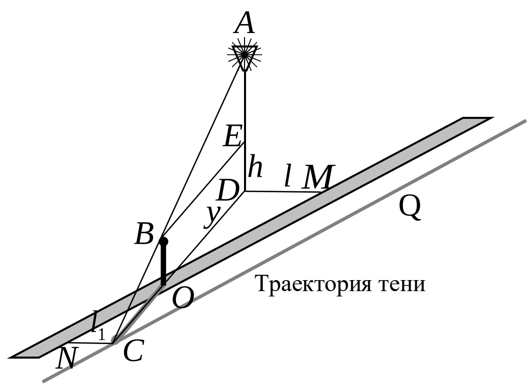
Используя теперь данные условия задачи ($Q=(3/4)A$), найдем

$$C=-\frac{1}{2}R=-4{,}16 \text{ Дж/(моль}\cdot\text{К)}$$

Теплоемкость газа в первом процессе оказалась отрицательной (график процесса лежит между изотермой и адиабатой). А поскольку в этом процессе газ охлаждался, то он получает в нем положительное количество тепла. Или, другими словами, в первом процессе газ получает энергию в результате теплообмена.

Критерии оценки задачи
1. Правильно (с учетом знаков) написан первый закон термодинамики для первого процесса - 0,5 балла,
2. Правильно (с учетом знаков) написан первый закон термодинамики для второго процесса – 0,5 балла,
3. Правильный (с учетом знака) ответ для теплоемкости – 0,5 балла,
4. Правильный ответ на вопрос о том, получает или отдает энергию газ в первом процессе – 0,5 балла,
Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

5. Докажем, что тень от головы мальчика движется по прямой линии, параллельной дорожке. Для этого рассмотрим такое положение мальчика, когда расстояние от него до фонаря равно некоторой величине y (см. рисунок; мальчик схематически показан жирным вертикальным отрезком с шариком (головой) наверху). Тогда из подобия треугольников ABE и ACD (см. рисунок) имеем



$$\frac{y}{DC}=\frac{H-h}{H}$$

где H - высота фонаря (сторона AD в треугольнике ACD), $H-h$ - сторона AE в треугольнике ABE. Из этого соотношения находим

$$OC=DC-y=\frac{hy}{H-h}$$

Теперь из подобия треугольников ODM и OCN находим расстояние от тени от головы мальчика ($l_1=NC$)

$$\frac{l_1}{l}=\frac{OC}{OD}=\frac{h}{H-h}\qquad\Rightarrow\qquad l_1=\frac{lh}{H-h}\qquad(*)$$

Из формулы (*) следует, что расстояние от тени от головы мальчика до дорожки не зависит от положения мальчика, и, следовательно, тень движется по прямой, параллельной дорожке.

Поэтому чтобы найти скорость тени нужно следить только за ее координатой вдоль дорожки (а не поперек, поскольку последняя, как мы доказали, не меняется). Расстояние от тени до точки Q, ближайшей от траектории тени до основания фонаря CQ (см. рисунок) также можно найти из подобия треугольников ODM и OCN

$$\frac{NO}{OM}=\frac{l_1}{l}=\frac{h}{H-h}\qquad\Rightarrow\qquad NO=\frac{h}{H-h}OM\qquad CQ=NO+OM=\frac{H}{H-h}OM\,,$$

Когда мальчик идет, расстояние OM уменьшается со скоростью v, соответственно уменьшается и расстояние CQ - перемещается тень. Если мальчик пройдет малое расстояние Δx, отрезок OM уменьшится на величину Δx, расстояние CQ уменьшится на величину

$$\Delta z=\frac{H}{H-h}\Delta x$$

которое и представляет собой перемещение тени. Отсюда находим скорость тени

$$v_{тени}=\frac{\Delta z}{\Delta t}=\frac{H}{H-h}\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{Hv}{H-h}$$

Поскольку эта величина не зависит от положения мальчика, тень движется с постоянной скоростью.

Критерии оценки задачи

1. Доказано, что граница тени от головы мальчика движется по прямой – 0,5 балла,
2. Уравнение для вычисления мгновенной скорости границы тени в рассматриваемый момент (не для средней скорости за какой-то интервал времени) – 0,5 балла,
3. Правильная геометрическая связь перемещения мальчика и перемещения границы тени – 0,5 балла,

4. Правильный ответ с комментарием, что скорость границы тени постоянна – 0,5 балла,

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.