Отборочный тур олимпиады «Росатом»,

2018-2019 учебный год,

физика, 9 класс

1. Расстояние между двумя городами равно S. Первую часть пути автомобиль проехал со скоростью, в два раза большей средней скорости на всем пути, а вторую часть пути – со скоростью в три раза меньшей средней скорости на всем пути. Какова длина первой части пути?

Решение. Пусть длина первой части пути равна x. Тогда из условия задачи имеем

$$v_{cp}=\frac{S}{t}=\frac{S}{\dfrac{x}{2v_{cp}}+\dfrac{S-x}{v_{cp}/3}}=\frac{2v_{cp}S}{6S-5x}$$

где v_{cp} - средняя скорость автомобиля на всем пути, t - время прохождения автомобилем всего пути. Отсюда находим

$$x=\frac{4}{5}S$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Использована основная идея – среднюю скорость на всем пути связать со скоростями на первой и второй частях пути – 0,5 балла
2. Использовано правильное определение средней скорости – 0,5 балла
3. Правильное уравнение для нахождения длины первой части пути – 0,5 балла
4. Правильный ответ для длины первой части пути – 0,5 балла

2. В высокий вертикальный цилиндрический сосуд с радиусом основания $2r$ налита вода. Высота столба воды h. В сосуд опускают цилиндрическую палку с радиусом сечения r и плотностью, составляющей 2/3 от плотности воды. При какой минимальной длине палка коснется дна?

Решение. Поскольку сечение сосуда сравнимо с сечением палки, надо учесть подъем воды в стакане при опускании в него палки. Из условия равновесия палки имеем

$$\frac{2}{3}\rho\pi r^2 Lg=\rho g\pi r^2 l \qquad \Rightarrow \qquad l=\frac{2}{3}L$$

где L - длина палки, l - длина куска палки, погруженного в воду, или расстояние от нового положения уровня воды до нижнего конца палки, ρ - плотность воды, g - ускорение свободного падения. Длину l можно представить как сумму двух расстояний – первого от нижней точки палки до первоначального положения уровня воды в стакане длиной h_1 и второго от первоначального до нового положения уровня воды h_2:

$$l=h_1+h_2$$

Поскольку подъем уровня воды в стакане связан с ее вытеснением палкой при погружении в воду, то объем вытесненной воды ниже первоначального уровня равен объему воды от первоначального уровня до нового. Поэтому

$$h_1 \pi r^2 = h_2 \left(\pi 4r^2 - \pi r^2 \right)$$

Отсюда

$$h_2 = \frac{1}{3} h_1$$

Потому

$$h_1 = \frac{3}{4} l = \frac{1}{2} L$$

Палка коснется дна, если расстояние от первоначального уровня до ее нижней точки будет равно первоначальной высоте уровня воды в стакане

$$h_1 \geq h \qquad \Rightarrow \qquad \frac{1}{2} L \geq h$$

Таким образом, палка коснется дна при минимальной длине

$$L = 2h$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Использована правильной идеи – использование условия равновесия стержня и закона Архимеда – 0,5 балла
2. Понято, что надо учитывать подъем уровня воды и правильная идея этого учета – объем вытесненной телом воды равен объему воды, определяющему подъем уровня – 0,5 балла
3. Правильное уравнение равновесия и правильный учет подъема воды – 0,5 балла
4. Правильный ответ для минимальной длины стержня, при которой он коснется дна – 0,5 балла

3. Тело два раза бросали с поверхности земли – с одинаковой по величине скоростью, но под разными углами к горизонту. Дальность полета тела в обоих случаях оказалась одной и той же и равной L. Известно, что время полета при первом броске было равно t. Найти время полета тела при втором броске. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение. Дальность полета тела, брошенного под углом к горизонту, определяется известной формулой

$$L = \frac{2v_0^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g}$$

где v_0 - начальная скорость, α - угол бросания. Из этой формулы следует, чти при бросках под углами α и $90° - \alpha$ (и одинаковой начальной скорости) дальность полета одинакова. Таким образом, два угла, под которыми бросали тело в двух случаях α_1 и α_2 связаны соотношением

$$\alpha_1 = 90° - \alpha_2$$

Используя теперь известную формулу для времени полета

$$t = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g},$$

Получаем

$$t_1 = \frac{2v_0 \sin\alpha_1}{g}; \qquad t_2 = \frac{2v_0 \sin\alpha_2}{g} = \frac{2v_0 \sin(90° - \alpha_1)}{g} = \frac{2v_0 \cos\alpha_1}{g}$$

Перемножая времена t_1 и t_2 получаем

$$t_1 t_2 = \frac{4v_0^2 \sin\alpha_1 \cos\alpha_1}{g^2} = \frac{2L}{g}$$

Т.е. произведение времен на этих траекториях зависит только од длины пути, но не от углов и начальной скорости. Отсюда находим

$$t_2 = \frac{2L}{g t_1}$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)

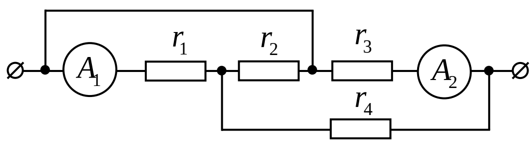
1. Правильная идея решения – комбинация формул для дальности полета и времени полета при движении под углом к горизонту – 0,5 балла

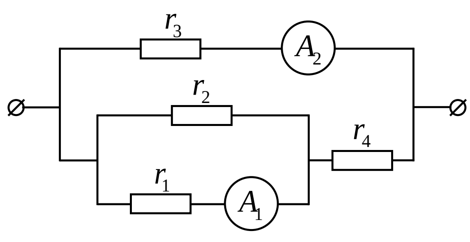
2. Использование (или с выводом, или нет, неважно) правильных формул для дальности полета и времени полета при движении под углом к горизонту – 0,5 балла

3. Правильный вывод, что произведение времен полета для траекторий одинаковой дальности выражается через дальность полета – 0,5 балла

4. Правильная формула для времени полета через дальность полета и время движения по второй траектории той же дальности – 0,5 балла

4. На рисунке приведена схема участка электрической цепи, содержащего два идеальных амперметра (и нулевым сопротивлением) и четырех резисторов - r_1, r_2, r_3 и r_4. Известно, что амперметр А₁ показывает силу тока $I_1 = 1$ А. Найти показания второго амперметра, если $r_1 = r$, $r_2 = 2r$, $r_3 = 3r$, $r_4 = r$.





Решение. Перерисуем данную электрическую цепь, поменяв расположение резисторов и амперметров в пространстве (но не меняя их соединений друг с другом). Очевидно, данная в условии электрическая цепь может быть представлена в вид (см. рисунок). Сила тока, текущего через верхний участок цепи, состоящий из резистора r_3 и амперметра A_2, равна

$$I_2 = \frac{U}{r_3} = \frac{U}{3r} \qquad (*)$$

где U - электрическое напряжение, приложенное к рассматриваемому участку цепи. Сопротивление нижнего участка цепи, состоящего из трех резисторов r_1, r_2, r_4 и амперметра A_1, равно

$$\frac{r_1 r_2}{r_1+r_2}+r_3=\frac{5}{3}r$$

Поэтому сила тока на нижнем участке цепи равна

$$I=\frac{3U}{5r}$$

Поскольку отношение токов, текущих через резисторы r_2 и r_1, равно обратному отношению их сопротивлений, через резистор r_1 (и амперметр А$_1$) течет следующий электрический ток

$$I_1=\frac{r_2}{r_1+r_2}I=\frac{3U}{5r}=\frac{2U}{5r} \qquad (**)$$

Отсюда находим

$$I_2=\frac{5}{6}I_1=0{,}83 \text{ А}.$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Правильно нарисована эквивалентная схема цепи, на которой ясно виден характер соединения всех элементов – последовательно или параллельно – 0,5 балла
2. Правильно найдено общее сопротивление цепи – 0,5 балла.
3. Правильная идея нахождения связи токов через амперметры – использование закона Ома для различных участков цепи, правил сожжения токов и напряжений при последовательном и параллельном соединении элементов – 0,5 балла
4. Получен правильный ответ для связи токов через амперметры – 0,5 балла

5. Вокруг далекой звезды Тау из созвездия Кита в одной плоскости и в одну сторону вращаются три планеты – Солярис, Титан и Аврора. Известно, что Солярис обгоняет планету Титан каждые n своих лет. Титан обгоняет планету Аврора каждые k своих лет. Как часто по часам планеты Аврора ее обгоняет Солярис?

Решение. Пусть угловые скорости Соляриса, Титана и Авроры равны соответственно ω_C, ω_T и ω_A. Время обгона одной планеты другой можно найти их следующих соображений. Если две планеты (например, Солярис и Титан) в какой-то момент времени окажутся на одном радиусе проведенном от звезды, то в следующий раз они окажутся на одном радиусе, когда угол поворота одной будет больше угла поворота другой ровно на один полный угол, т.е. 2π . А угол поворота каждой планеты за время обгона можно найти из определения угловой скорости $\varphi=\omega t$. Отсюда для времени обгона Солярисом планеты Титан t_{CT} получаем

$$\omega_C t_{CT}-\omega_T t_{CT}=2\pi \qquad \Rightarrow \qquad t_{CT}=\frac{2\pi}{\omega_C-\omega_T}$$

С другой стороны, солярисианский год – это время оборота Соляриса вокруг звезды. Поэтому его продолжительность есть

$$T_C = \frac{2\pi}{\omega_C}$$

А поскольку по условию обгон Солярисом планеты Титан происходит каждые n солярисианских лет, отсюда получаем

$$n = \frac{t_{CT}}{T_C} = \frac{\omega_C}{\omega_C - \omega_T} \qquad (*)$$

Аналогично, из условия, что Титан обгоняет планету Аврора каждые k своих лет, находим

$$k = \frac{t_{TA}}{T_T} = \frac{\omega_T}{\omega_T - \omega_A} \qquad (**)$$

Планета Солярис обгоняет планету Аврора через интервал времени

$$t_{CA} = \frac{2\pi}{\omega_C - \omega_A}$$

что составляет

$$m = \frac{t_{CA}}{T_A} = \frac{\omega_A}{\omega_C - \omega_A} \qquad (***)$$

аврорианских лет. Найдем величину m. Для этого «перевернем» равенства (*), (**) и (***)

$$\frac{1}{n} = 1 - \frac{\omega_T}{\omega_C}$$

$$\frac{1}{k} = 1 - \frac{\omega_A}{\omega_T}$$

$$\frac{1}{m} = \frac{\omega_C}{\omega_A} - 1$$

Из первых двух получаем

$$\frac{\omega_T}{\omega_C} = \frac{n-1}{n}, \qquad \frac{\omega_A}{\omega_T} = \frac{k-1}{k}$$

Перемножая эти равенства, находим отношение угловых скоростей планет Солярис и Аврора

$$\frac{\omega_C}{\omega_A} = \frac{nk}{(n-1)(k-1)},$$

а затем и число лет планеты Аврора, через которое ее обгоняет планета Солярис

$$m = \frac{(n-1)(k-1)}{n+k-1}$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Получена правильная формула для времени обгона одной планеты другой через угловые скорости планет (или периоды их обращения вокруг звезды) – 0,5 балла

2. Получена правильная формула для времени обгона одной планеты другой, выраженная в годах планет – 0,5 балла

3. Составлена правильная система уравнений для времен обгона планет в годах различных планет – 0,5 балла

4. Получена правильная формула для число лет планеты Аврора, через которое ее обгоняет планета Солярис – 0,5 балла

Оценка работы

Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 10 баллов. Допустимыми являются все целые или «полуцелые» оценки от 0 до 10.