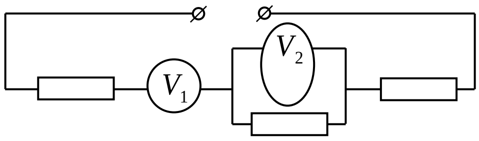
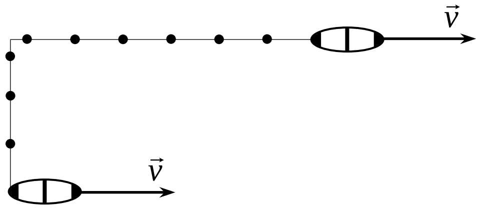
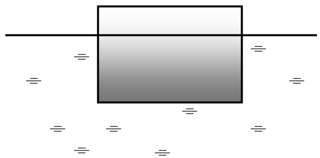
Решения
Заключительный тур олимпиады Росатом,
физика, 9 класс, 2018-2019 учебный год



1. Электрическую цепь собрали из двух одинаковых вольтметров и трех одинаковых резисторов. К цепи подключили источник постоянного напряжения. Известно, что показания вольтметра V_1 отличаются от показания вольтаметра V_2 в три раза, при этом вольтметр V_1 показал напряжение $U_1 = 12$ В. Найти напряжение источника.

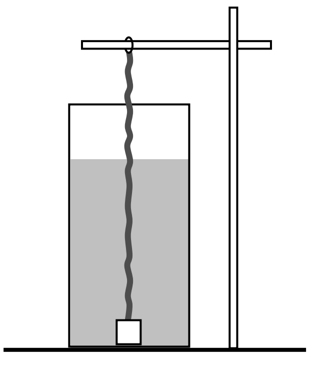


2. Две лодки, плывущие параллельно друг другу с одинаковыми скоростями $v = 2$ м/с, тянут концы натянутой сети. Передний конец сети опережает задний по курсу движения на $l = 40$ м, а расстояние между лодками поперёк курса - $2l/3$. При какой наименьшей скорости рыба сможет уплыть от сети, где бы она перед ней не оказалась?



3. Имеется неоднородный брусок в форме прямоугольного параллелепипеда, плотность которого уменьшается с высотой. Опущенный в воду, брусок плавает, погрузившись в воде на 2/3 объема. Если разрезать брусок пополам и опустить в воду более легкую половину, она будет плавать, погрузившись наполовину. Будет ли плавать нижняя половина Если да, то найти минимальную силу, которую нужно приложить нижней половине к бруска, чтобы утопить ее. Если нет, то найти минимальную силу, которую нужно приложить к нижней половине бруска, чтобы оторвать ее от дна. Масса бруска m

4. Имеется два калориметра, в которые налито: масса воды m комнатной температуры в один, и масса $2m$ кипящей воды – в другой. Очень точный термометр, опущенный в первый калориметр, показал температуру $t_0 = 20,4°$ С. Затем термометр опускают во второй калориметр, и он показывает температуру $t_2 = 99,7°$ С. Какую температуру покажет термометр, если его вынуть из второго калориметра и сразу же опустить в первый? Атмосферное давление – нормальное, теплоемкости калориметров и потери тепла пренебрежимо малы.



5. В цилиндрическом стакане лежит небольшое массивное тело, прикрепленное к резиновому жгуту с коэффициентом жесткости $k = 100$ н/м. Второй конец жгута прикреплен к лапке штатива на расстоянии $l = 1$ м от дна стакана. Известно, что в этом положении жгут растянут на $\Delta l = 20$ см. В стакан очень медленно наливают холодную воду, и по мере охлаждения резины ее жесткость увеличивается. Причем известно, что если весь жгут охладить до данной температуры, его жесткость будет равна $4k$. При какой высоте столба жидкости в стакане груз оторвется от дна? Масса груза $m = 4$ кг, силой Архимеда пренебречь. Считать, что температура резины, опущенной в воду, равна температуре воды; температура резины, не находящейся в воде, равна температуре воздуха.

Решение. Критерии оценки задач

1. Пусть сопротивление резистора r. Найдем сопротивление вольтметра. Ток, текущий через вольтметр V_1, делится на две части – ток, текущий через вольтметр V_2, и ток, текущий через центральный резистор. А так как вольтметры имеют одинаковое сопротивление, из закона Ома заключаем, что напряжение на вольтметре V_2 меньше напряжения на вольтметре V_1. А поскольку по условию $V_1 = 3V_2$, то через вольтметр V_2 течет треть тока, текущего через вольтметр V_1. А, значит, оставшиеся две трети тока текут через центральный резистор. Поэтому токи, текущие через вольтметр V_2 и центральный резистор, отличаются вдвое, и, следовательно, сопротивление вольтметра R вдвое больше сопротивления резистора

$$R = 2r$$

А поскольку через правый и левый резисторы течет тот же ток, что и через вольтметр V_1, напряжение на них вдвое меньше, чем на вольтметре V_1. Поэтому, если вольтметр V_1 показывает напряжение U_1, то напряжение на всей цепи определяется соотношением

$$U = \frac{1}{2}U_1 + U_1 + \frac{1}{3}U_1 + \frac{1}{2}U_1 = \frac{7}{3}U_1 = 28 \text{ В}.$$

Критерии оценки решения задачи

1. Доказано, что сопротивление вольтметра вдвое больше сопротивления резистора – 0,5 балла,
2. Использованы правила сложения токов и напряжений при последовательном и параллельном соединении – 0,5 балла,
3. Правильный ответ, правильные вычисления – 1 балл,

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

2. Поскольку рыба должна уплыть из любой точки внутри сети, рассмотрим самые неприятные с точки зрения выплывания точки; из других точек рыба тогда уплывет. Это точки, лежащие около участка сети, двигающегося перпендикулярно самому себе. Чтобы рыба могла уплыть из любой точки перед этим участком, ее скорость должна быть на «микроскопическую» величину больше скорости сети, т.е. v. Имея такую скорость рыба сможет бесконечно долго плыть перед сетью. Поэтому чтобы уплыть из сети рыба должна иметь хотя бы бесконечно малую составляющую скорости вдоль направления, перпендикулярного направлению перемещения сети. Поэтому минимальная скорость, которую должна иметь рыба, чтобы выплыть из любой точки внутри сети, равна

$$v_{\min} = v$$

Критерии оценки решения задачи

1. участник понял постановку задачи и анализирует возможность уплывания из любой точки внутри сети – 0,5 балла,

2. для нахождения минимальной скорости уплывания из любых точек, участок взял точки около участка, движущегося перпендикулярно самому себе – 0,5 балла,

3. доказано, что составляющая скорости рыбы на направление движении лодок $v_{\min} \geq v$ – 0,5 балла. ,

4. понято, что поперечная составляющая скорости может быть любой малой величиной. Правильный ответ – 0,5 балла.

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

3. Пусть средняя плотность бруска ρ, плотность воды - ρ_0. Тогда условие плавания целого бруска дает

$$\rho g V = \frac{2}{3}\rho_0 g V \qquad \Rightarrow \qquad \rho = \frac{2}{3}\rho_0$$

Условие плавания одной половинки бруска со средней плотностью ρ_1

$$\rho_1 g \frac{V}{2} = \frac{1}{2}\rho_0 g \frac{V}{2} \qquad \Rightarrow \qquad \rho_1 = \frac{1}{2}\rho_0$$

С другой стороны, средняя плотность бруска так связана со средними плотностями его половинок ρ_1 и ρ_2

$$\rho = \frac{\rho_1 \frac{V}{2} + \rho_2 \frac{V}{2}}{V} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$$

Отсюда находим среднюю плотность второй половинки

$$\rho_2 = 2\rho - \rho_1 = \frac{4}{3}\rho_0 - \frac{1}{2}\rho_0 = \frac{5}{6}\rho_0$$

Таким образом, средняя плотность второй половинки бруска меньше плотности воды, и, следовательно, вторая половинка бруска тоже будет плавать.

Чтобы полностью утопить ее в воде к ней нужно приложить силу, равную разности силы Архимеда и силы тяжести

$$F = \rho_0 g \frac{V}{2} - \rho_2 g \frac{V}{2} = \frac{1}{12}\rho_0 g V = \frac{1}{12}\frac{3}{2}\rho g V = \frac{1}{8} mg$$

Таким образом, чтобы утопить брусок в жидкости, к нему нужно приложить минимальную силу $F = mg/8$, направленную вертикально вниз.

Критерии оценки задачи

1. Из условия плавания всего бруска найдена его средняя плотность – 0,5 балла,

2. Из условия плавания одной половины бруска правильно найдена её средняя плотность – 0,5 балла,

3. Из средней плотности всего бруска и средней плотности одной его половины правильно найдена средняя плотность другой половины – 0,5 балла,

4. Правильный ответ – 0,5 балла,

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

4. Так как атмосферное давление – нормальное, то температура кипения воды $t_{кип} = 100°$ С. А так как термометр показывает меньшую температуру, нужно учитывать его собственную теплоемкость. Поэтому уравнение теплового баланса для опускания термометра в кипящую воду дает

$$C_0\left(t_2 - t_0\right) = c2m\left(t_{кип} - t_2\right)$$

где C_0 - теплоемкость термометра, c - удельная теплоемкость воды. Отсюда находим

$$C_0 = \frac{2mc\left(t_{кип} - t_2\right)}{t_2 - t_0} \qquad (*)$$

После этого термометр с температурой t_2 опускают в стакан воды массой m с температурой t_0. Уравнение теплового баланса дает

$$C_0\left(t_2 - t_x\right) = cm\left(t_x - t_0\right)$$

где t_x - температура воды в первом стакане после установления равновесия (которую и покажет термометр). Находя отсюда температуру t_x

$$t_x = \frac{C_0 t_2 + cmt_0}{cm + C_0}$$

и подставляя C_0 из формулы (*), получим

$$t_x = \frac{t_0\left(t_2 - t_0\right) + 2t_2\left(t_{кип} - t_2\right)}{t_2 - t_0 + 2\left(t_{кип} - t_2\right)} = 21{,}0° \text{C}$$

Критерии оценки задачи

1. Из первого условия найдено отношение удельной теплоемкости воды и теплоемкости термометра – 0,5 балла,

2. Правильно записано уравнение теплового баланса для опускания термометра в первый калориметр – 0,5 балла,

3. правильный ответ, правильные вычисления (с нужной точностью) – 1 балл.

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

5. Поскольку жгут деформирован и его жесткость при охлаждении возрастает, то возрастает сила упругости, которая при некотором количестве воды в стакане оторвет тело от дна. Рассмотрим ситуацию, когда сила упругости практически достигла силы тяжести груза. Пусть для этого нам пришлось налить в стакан слой воды высотой h, длина участка жгута над поверхностью равна $l - h$. Найдем длины участков жгута, находящихся под и над поверхностью, в недеформированном состоянии.

Пусть недеформированная длина участка жгута, находящегося над поверхностью, равна l_1. Тогда (поскольку коэффициент жесткости зависит от длины) его коэффициент жесткости k_1 будет равен

$k_1 = kl_0 / l_1$, где $l_0 = l - \Delta l = 80$ см – длина всего жгута в недеформированном состоянии. А поскольку сила упругости жгута равна силе тяжести груза - mg, находим

$$l - h = l_1 + \Delta l = l_1 + \frac{mg}{k_1} = l_1\left(1 + \frac{mg}{kl_0}\right) \qquad \Rightarrow \qquad l_1 = \frac{l - h}{1 + \dfrac{mg}{kl_0}} \qquad (*)$$

Аналогично найдем длину участка жгута, находящегося под поверхностью, в недеформированном состоянии. Пусть эта длина равна l_2. Тогда, проводя аналогичные рассуждения и учитывая, что коэффициент жесткости холодного целого жгута равна $4k$, получаем

$$h = l_2 + \Delta l_2 = l_2 + \frac{mg}{k_2} = l_2\left(1 + \frac{mg}{4kl_0}\right) \qquad \Rightarrow \qquad l_2 = \frac{h}{1 + \dfrac{mg}{4kl_0}} \qquad (**)$$

А поскольку недеформированная длина всего нашего жгута равна l_0 из (*) и (**) получаем уравнение для нахождения величины h

$$l_1 + l_2 = l_0 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{l - h}{1 + \dfrac{mg}{kl_0}} + \frac{h}{1 + \dfrac{mg}{4kl_0}} = l_0$$

Отсюда получаем окончательно для высоты уровня воды в стакане, при котором груз оторвется от дна

$$h = \frac{4}{3}\frac{kl_0}{mg}\left(1 + \frac{mg}{4kl_0}\right)\left(\frac{mg}{k} - \Delta l\right) = 60 \text{ см}$$

Критерии оценки задачи

1. Использовано то обстоятельство, что жесткость шнура обратно пропорциональна его длине – 0,5 балла,

2. правильно найдены длины недеформированных частей шнура, находящихся над и под водой – 0,5 балла,

3. правильно применены формулы для нахождения коэффициентов жесткости последовательно соединенных шнуров – 0,5 балла,

4. Правильное решение, правильные вычисления – 0,5 балла,

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

Оценка работы находится как сумма оценок за задачи. Максимальная оценка работы – 10 баллов.