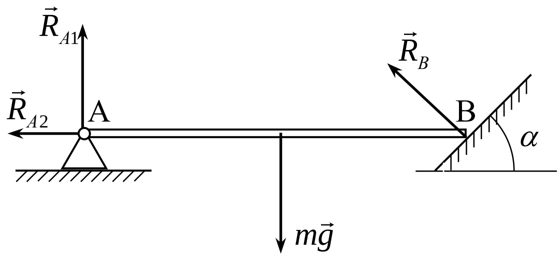
Отборочный тур олимпиады «Росатом», 2018-2019 учебный год, физика, 10 класс

1. Стержень АВ массой m расположен горизонтально. Его левый конец закреплен шарнирно, правый опирается на гладкую на наклонную плоскость, составляющую угол α с горизонтом. Найти силу реакции шарнира.



Решение. Силы, действующие на стержень, показаны на рисунке. При этом направление силы реакции в точке В $\vec{R}_B$ нам точно известно: перпендикулярно наклонной плоскости, поскольку опора - гладкая. А вот направление силы реакции шарнира А нам неизвестно. Поэтому введем две составляющих силы реакции шарнира – вертикальную и горизонтальную $\vec{R}_{A1}$ и $\vec{R}_{A2}$.. Найдем их из уравнений статики, а затем по теореме Пифагора - и саму силу реакции. Условие равенства нулю суммы моментов всех действующих на тело сил по отношению к шарниру А дает

$$\frac{1}{2}lmg = l\cos\alpha R_B$$

где l - длина стержня. Отсюда находим

$$R_B = \frac{mg}{2\cos\alpha}$$

Теперь из условия равенства нулю суммы всех действующих на тело сил

$$\vec{R}_{A1} + \vec{R}_{A2} + \vec{R}_B + \vec{F} = 0 \qquad (*)$$

получаем, проецируя уравнение (*) на горизонтальную и вертикальную оси,

$$R_{A1} = mg - R_B\cos\alpha = \frac{1}{2}mg\ , \qquad R_{A2} = -R_B\sin\alpha = -\frac{1}{2}mg\ \mathrm{tg}\,\alpha$$

То обстоятельство, что сила R_{A2} оказалась отрицательной, означает, что направление для нее было выбрано неверно, и сила $\vec{R}_{A2}$ направлена направо. А теперь по теореме Пифагора находим величину силы R_A

$$R_A = \sqrt{R_{A1}^2 + R_{A2}^2} = \frac{1}{2}mg\sqrt{1+tg^2\alpha} = \frac{mg}{2\cos\alpha}$$

Обращение силы реакции шарнира в бесконечность при $\alpha = \pi/2$ связано с тем, что в случае практически вертикальной плоскости для компенсации силы тяжести нужна очень большая сила реакции в точке В, что приводит к увеличению горизонтальной составляющей реакции шарнира А.

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Правильная основная идея – использовать уравнения статики, при том что направление силы реакции в шарнире нам неизвестно – 0,5 балла

2. Правильное нахождение силы реакции плоскости – из уравнения моментов относительно шарнира – 0,5 балла

3. Использование уравнений сил в проекциях на горизонтальную и вертикальную оси – 0,5 балла

4. Правильная формула для силы реакции шарнира – 0,5 балла

2. Два тела 1 и 2 имеют равные температуры. Температуру тела 1 увеличивают на некоторую величину Δt, приводят его в тепловой контакт с телом 2 и дожидаются установления теплового равновесия. Затем тела охлаждают до первоначальной температуры, нагревают на ту же величину тело 2 и приводят в тепловой контакт с телом 1. Найти отношение теплоемкостей тел C_1/C_2, если известно, что разность температур, установившихся во втором и в первом случаях, составляет одну треть от температуры Δt. Потерями тепла пренебречь.

Решение. Уравнение теплового баланса для первого нагревания дает

$$C_1\left(t_0+\Delta t-t_1\right)=C_2\left(t_1-t_0\right) \qquad \Rightarrow \qquad t_1=\frac{C_1\left(t_0+\Delta t\right)+C_2t_0}{C_1+C_2}=\frac{x\left(t_0+\Delta t\right)+t_0}{x+1}$$

где t_0 - начальная температура тел, t_1 - установившаяся температура тел в первом случае, $x=C_1/C_2$ - отношение теплоемкостей тел. Аналогично для второго нагревания имеем

$$C_1\left(t_1+\delta t-t_0\right)=C_2\left(t_0+\Delta t-t_1-\delta t\right) \qquad \Rightarrow \qquad t_1+\delta t=\frac{C_1t_0+C_2\left(t_0+\Delta t\right)}{C_1+C_2}=\frac{xt_0+\left(t_0+\Delta t\right)}{x+1}$$

где $t_1+\delta t$ - установившаяся температура тел во втором случае. Вычитая первое уравнение из второго, получим

$$\delta t=\frac{xt_0+\left(t_0+\Delta t\right)}{x+1}-\frac{x\left(t_0+\Delta t\right)+t_0}{x+1}=\frac{\Delta t\left(1-x\right)}{x+1}$$

Или

$$\frac{\delta t}{\Delta t}=\frac{1}{3}=\frac{1-x}{1+x}$$

Отсюда находим

$$x=\frac{C_1}{C_2}=\frac{1}{2}$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Правильное нахождение температуры системы при нагреве одного тела – 0,5 балла

2. Правильное нахождение температуры системы при нагреве второго тела – 0,5 балла

3. Составление правильного уравнения для нахождения отношения теплоемкостей – 0,5 балла

4. Правильный ответ для отношения теплоемкостей – 0,5 балла

3. Тело два раза бросали с поверхности земли – с одинаковой по величине скоростью, но под разными углами к горизонту. Дальность полета тела в обоих случаях оказалась одной и той же и равной L. Известно, что время полета при первом броске было равно t. Найти время полета тела при втором броске. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение. Дальность полета тела, брошенного под углом к горизонту, определяется известной формулой

$$L=\frac{2v_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{g}$$

где v_0 - начальная скорость, α - угол бросания. Из этой формулы следует, чти при бросках под углами α и $90°-\alpha$ (и одинаковой начальной скорости) дальность полета одинакова. Таким образом, два угла, под которыми бросали тело в двух случаях α_1 и α_2 связаны соотношением

$$\alpha_1=90°-\alpha_2$$

Используя теперь известную формулу для времени полета

$$t=\frac{2v_0\sin\alpha}{g},$$

Получаем

$$t_1=\frac{2v_0\sin\alpha_1}{g};\qquad t_2=\frac{2v_0\sin\alpha_2}{g}=\frac{2v_0\sin\left(90°-\alpha_1\right)}{g}=\frac{2v_0\cos\alpha_1}{g}$$

Перемножая времена t_1 и t_2 получаем

$$t_1t_2=\frac{4v_0^2\sin\alpha_1\cos\alpha_1}{g^2}=\frac{2L}{g}$$

Т.е. произведение времен на этих траекториях зависит только од длины пути, но не от углов и начальной скорости. Отсюда находим

$$t_2=\frac{2L}{gt_1}$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Правильная идея решения – комбинация формул для дальности полета и времени полета при движении под углом к горизонту – 0,5 балла

2. Использование (или с выводом, или нет, неважно) правильных формул для дальности полета и времени полета при движении под углом к горизонту – 0,5 балла

3. Правильный вывод, что произведение времен полета для траекторий одинаковой дальности выражается через дальность полета – 0,5 балла

4. Правильная формула для времени полета через дальность полета и время движения по второй траектории той же дальности – 0,5 балла

4. Вокруг некоторой звезды вращается планета. Период обращения планеты вокруг своей оси T, вокруг звезды - $10T$. Вокруг планеты вращается спутник с периодом обращения $4T$. Через какое время в данной точке на экваторе планеты повторяется затмение звезды? Планета и спутник вращаются в одной плоскости в одном направлении.

Решение. Из данных условия находим угловые скорости вращения планеты вокруг своей оси $\omega_П$, вокруг звезды $\omega_З$ и спутника вокруг планеты ω_C:

$$\omega_П = \frac{2\pi}{T}, \qquad \omega_З = \frac{2\pi}{10T}, \qquad \omega_C = \frac{2\pi}{4T}$$

В системе отсчета, вращающейся вместе с планетой, угловые скорости звезды и спутника равны

$$\omega'_З = \omega_П - \omega_З = \frac{18\pi}{10T}, \qquad \omega'_C = \omega_П - \omega_C = \frac{6\pi}{4T} \qquad (*)$$

Затмение будет повторяться в той же точке планеты через время t, если одновременно выполнены уравнения

$$2\pi k = \omega'_З t, \qquad 2\pi n = \omega'_C t\,, \qquad (**)$$

где k и n - целые числа. Подставляя в систему (**) относительные угловые скорости звезды и спутника, подбором находим целые решения k и n. Минимальными решениями (которые определяют ближайшее затмение) являются числа

$$k = 6, \qquad n = 5.$$

Теперь из любого уравнения системы можно найти минимальное время между затмениями

$$t = \frac{10}{3}T\,.$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)

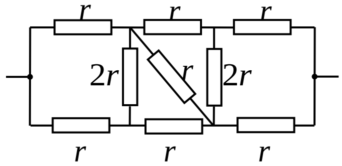
1. Получена правильная формула для времени обгона одной планеты другой через угловые скорости планет (или периоды их обращения вокруг звезды) – 0,5 балла

2. Получена правильная формула для времени обгона одной планеты другой, выраженная в годах планет – 0,5 балла

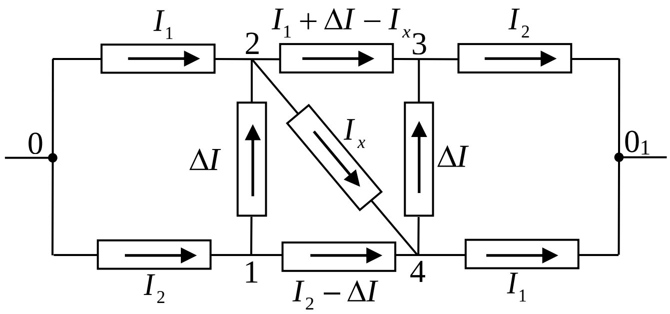
3. Составлена правильная система уравнений для времен обгона планет в годах различных планет – 0,5 балла

4. Получена правильная формула для число лет планеты Аврора, через которое ее обгоняет планета Солярис – 0,5 балла

5. Найти сопротивление данной электрической цепи. Значения сопротивлений элементов цепи приведены на рисунке.



5. Очевидно, что цепь обладает значительной симметрией – при изменении направлений всех токов мы, с одной стороны, должны получить ту же цепь, с другой, поменять местами верх и низ цепи. Это позволяет приписать токи каждому участку цепи так, как это показано на рисунке (пусть ток в цепи течет слева направо). Направление токов ΔI и I_x выбрано условно – если в результате расчетов окажется, что эти токи отрицательны, то их направление противоположно. При определении токов использовались правила токов в вершинах 1 и 2 (сумма втекающих токов равна сумме вытекающих). Используя теперь правило токов в вершине 3, получим очевидное соотношение



$$I_1+2\Delta I-I_x=I_2 \qquad (*)$$

Используем теперь правило напряжений для замкнутых контуров 0-2-1-0 и 2-4-1-2 (сумма напряжений на всех элементах этих контуров должна равняться нулю; напряжение считается положительным, если обход идет по току, и отрицательным в противном случае). С учетом (*) получим

$$\begin{aligned} &I_1r-\Delta I2r-I_2r=0\\ &(I_1+2\Delta I-I_2)r-(I_2-\Delta I)r+\Delta I2r=0 \end{aligned} \qquad (**)$$

или

$$\begin{aligned} &I_1-2\Delta I=I_2\\ &I_1+5\Delta I=2I_2 \end{aligned} \qquad (***)$$

Вычитая первое уравнение из второго, получим

$$\Delta I=\frac{1}{7}I_2, \qquad I_1=\frac{9}{7}I_2 \qquad (4*)$$

Пусть в цепи течет ток I. Поскольку в узле 0 он делится на I_1 и I_2 в пропорции (4*), находим

$$I_1=\frac{9}{16}I, \qquad I_2=\frac{7}{16}I, \qquad \Delta I=\frac{1}{16}I$$

Теперь легко найти падение напряжение на цепи (используя, например, нижний ее участок 0-1-4-0_1)

$$U=I_2r+(I_2-\Delta I)r+I_1r=\frac{7Ir}{16}+\frac{6Ir}{16}+\frac{9Ir}{16}=\frac{11}{8}Ir$$

Отсюда находим общее сопротивление цепи

$$R=\frac{11r}{8}$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Правильная основная идея – использование симметрии цепи. Обоснование того, что токи в правом верхнем и левом нижнем резисторах, а также в левом верхнем и правом нижнем резисторах равны – 0,5 балла

2. Обоснование того, что токи в среднем левом и в среднем правом резисторах равны - 0,5 балла

3. Использование правила токов и правила напряжений и получение правильных формул для всех токов – 0,5 балла

4. Правильная формула для сопротивления цепи – 0,5 балла

Оценка работы

Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 10 баллов. Допустимыми являются все целые или «полуцелые» оценки от 0 до 10.