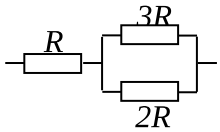
Задания очного отборочного тура
Отраслевой физико-математической олимпиады школьников «Росатом»
Физика, 11 класс, комплект 1
2017 г.



1. К цепи, схема которой представлена на рисунке, приложено электрическое напряжение. Известно, что мощность, выделяемая на сопротивлении R, равна P. Какая мощность выделяется на сопротивлении $2R$? Величины всех сопротивлений даны на рисунке.

Решение. Из закона Джоуля-Ленца находим ток, текущий через сопротивление R

$$I=\sqrt{\frac{P}{R}}$$

Далее этот ток на участке параллельного соединения делится в отношении 2:3 (2 – через резистор $3R$, 3 – через резистор $2R$). Поэтому

$$I_{2R}=\frac{3}{5}I, \qquad I_{3R}=\frac{2}{5}I$$

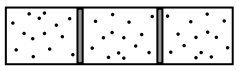
Отсюда находим мощность, выделяемую на сопротивлении $2R$

$$P_{2R}=I_{2R}^2 2R=\frac{18}{25}P$$

Критерии оценки задачи

1. Использованы законы Ома и Джоуля-Ленца – 0,5 балла
2. Найдены токи во всех элементах цепи – 0,5 балла
3. Ток выражен через мощность, выделяемую на сопротивлении R – 0,5 балла
4. Правильно найдена мощность, выделяемая на сопротивлении $2R$ – 0,5 балла

Максимальная оценка за задачу – 2 балла



2. В цилиндрическом сосуде длиной l находятся 2 подвижных теплонепроницаемых поршня, делящих сосуд на 3 отсека. Первоначально температура газа во всех отсеках была равна T, объемы отсеков одинаковы. Затем температуру газа в среднем и левом отсеках увеличивают вдвое, температуру газа в правом отсеке поддерживают равной T. На сколько сместится при этом левый поршень?

Решение. Поскольку поршни подвижны, условие их равновесия заключается равенство давлений газов в каждом отсеке сосуда. Поэтому из условия равновесия поршней в начальном состоянии и закона Клапейрона-Менделеева заключаем, что количество вещества газа в каждом отсеке одинаково.

При нагревании газов в среднем и левом отсеке, увеличатся их давления, и поршни переместятся вправо. Поскольку после нагревания температуры газа в среднем и левом отсеках будут одинаковы, одинаковыми должны быть и объемы этих отсеков. Поэтому если правый поршень сместился вправо на величину Δx, то левый сместится на $\Delta x/2$. При этом увеличение объемов среднего и левого отсеков будет равно $\Delta V = S\Delta x/2$, а уменьшение объема правого отсека - $\Delta V = S\Delta x$. Поэтому закон Клапейрона-Менделеева для газа в среднем или левом и правом отсеках при условии равенства давлений газа в них дает

$$\begin{aligned} p\left(\frac{l}{3}S + \frac{\Delta x}{2}S\right) &= \nu R2T \\ p\left(\frac{l}{3}S - \Delta x S\right) &= \nu RT \end{aligned} \qquad (1)$$

где p - давление газа в отсеках в конечном состоянии, ν - количество вещества газа в отсеках. Деля уравнения (1) друг на друга и решая уравнение относительно Δx, получим

$$\Delta x = \frac{2}{15}l$$

И, следовательно, смещение левого поршня равно

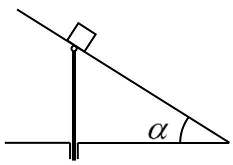
$$\Delta x_{лев} = \frac{1}{15}l$$

Критерии оценки задачи

1. использовано правильное условие равновесия – равенство давлений справа и слева от поршней – 0,5 балла
2. понято, что смещение моршней отличается вдвое – 0,5 балла
3. правильно использован закон Клапейрона-Менделеева для газов в отсеках – 0,5 балла
4. получены правильные ответы – 0,5 балла

Максимальная оценка за задачу – 2 балла

3. Тело начинает соскальзывать по наклонной плоскости из точки, расположенной над вертикальным упором (см. рисунок). Коэффициент трения между телом и плоскостью μ. При каком угле наклона плоскости α время соскальзывания будет минимальным?



Решение. Пусть расстояние от основания плоскости до упора равно x. Тогда длина плоскости (от шарнира до основания) равна $x/\cos\alpha$. Ускорение тела при движении по плоскости равно

$$a = g\left(\sin\alpha - \mu\cos\alpha\right)$$

Тогда квадрат времени соскальзывания тела с наклонной плоскости будет равен

$$t^2 = \frac{2x}{g\left(\cos\alpha\sin\alpha - \mu\cos^2\alpha\right)} \qquad (2)$$

Величина (2) минимальна, когда максимален знаменатель формулы (2). Дифференцируя его по α, получим

$$-\sin^2\alpha + \cos^2\alpha + 2\mu\cos\alpha\sin\alpha = 0$$

Отсюда находим угол, для которого время соскальзывания тела минимально

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\operatorname{arcctg}\left(\mu\right) = \operatorname{arctg}\left(\mu + \sqrt{1+\mu^2}\right)$$

Критерии оценки задачи

1. Найдено правильное ускорение – 0,5 балла

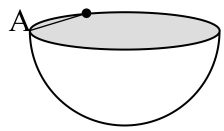
2. найдено правильное время движения – 0,5 балла

3. ищется минимум этого выражения (любым способом) – 0,5 балла

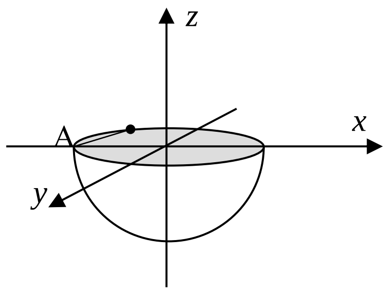
4. получен правильный ответ – 0,5 балла

Максимальная оценка за задачу – 2 балла

4. На краю полусферической чаши радиуса R закреплена невесомая нить длиной $R/2$ (в точке А), ко второму концу которой прикреплено маленькое тело. Тело удерживают на краю ямы так, что нить натянута (см. рисунок). В некоторый момент времени тело отпускают. Найти скорость и ускорение тела в тот момент, когда оно будет проходить нижнюю точку своей траектории.



Решение. Докажем, что тело движется в вертикальной плоскости. С одной стороны, оно находится на поверхности сферы радиуса R, и, следовательно, его координаты связаны соотношением (уравнением сферы; оси координат показаны на рисунке):



$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \tag{3}$$

С другой стороны, тело в любой момент времени находится на расстоянии $R/2$ от точки А. Поэтому ее координаты должны также принадлежать сфере с радиусом $R/2$ и центром в точке А (x-координата которой в нашей системе координат равна $x = -R$):

$$(x+R)^2 + y^2 + z^2 = (R/2)^2 \tag{4}$$

Вычитая формулу (4) из формулы (3), получим

$$x = -\frac{7R}{8}$$

Это означает, что тело движется так, что его x-координата остается постоянной, т.е. тело движется в плоскости, перпендикулярной оси x. А поскольку сечение сферы любой плоскостью есть окружность, то тело движется в вертикальной плоскости по окружности. Радиус этой окружности найдем по теореме Пифагора

$$r = \sqrt{R^2 - (7R/8)^2} = \frac{\sqrt{15}R}{8}$$

Ускорение тела в нижней точке траектории направлено к центру окружности (т.е. вертикально вверх) и равно v^2/r, где v - скорость тела, r - радиус окружности. Скорость тела в нижней точке траектории найдем по закону сохранения энергии

$$\frac{mv^2}{2} = mg\frac{\sqrt{15}R}{8} \qquad \Rightarrow \qquad v^2 = \frac{\sqrt{15}gR}{4}$$

Отсюда находим ускорение тела

$$a = \frac{v^2}{r} = 2g$$

Критерии оценки задачи

1. доказано, что траектория движения тела – окружность, лежащая в вертикальной плоскости – 0,5 балла

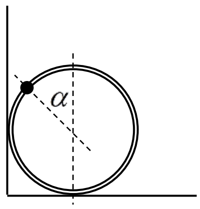
2. найден радиус этой окружности и использован закон сохранения энергии для нахождения скорости – 0,5 балла

3. получена правильная формула для скорости – 0,5 балла

4. получена правильная формула для ускорения – 0,5 балла

Максимальная оценка за задачу – 2 балла

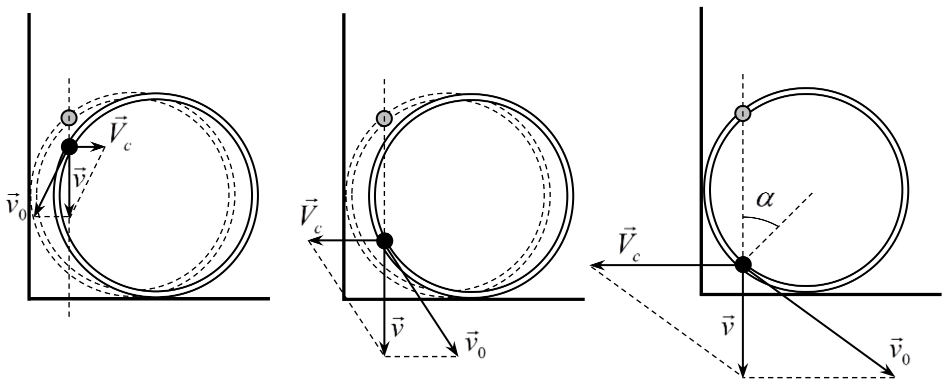
5. Очень легкий обруч радиуса R удерживают на гладкой горизонтальной поверхности около вертикальной стены. К обручу прикреплено массивное тело, которое расположено так, как показано на рисунке ($\alpha = 45°$). Обруч отпускают. достигнет ли тело горизонтальной поверхности, и если да, то на каком расстоянии от стены? Масса обруча много меньше массы тела, трение отсутствует.



Решение. Рассмотрим сначала движение обруча. Когда он не касается боковой стенки, на него действуют только сила реакции пола (которая является вертикальной из-за отсутствия трения) и сила со стороны тела. Но поскольку масса обруча равна нулю, сумма этих сил и сумма их моментов относительно любой точки должна быть равна нулю. Этого можно добиться только, если обе силы реакции нулевые (в противном случае момент силы реакции пола относительно тела был бы не равен нулю и, следовательно, сообщал обручу бесконечное угловое ускорение). Поэтому обруч не действует на тело, и, следовательно, тело падает вертикально вниз с ускорением свободного падения и «заставляет» двигаться обруч бесконечно малой силой.

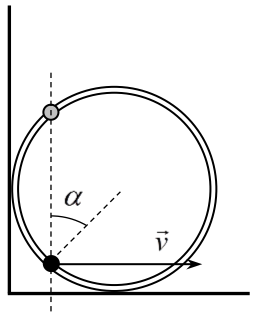
Найдем теперь, как движется обруч. Рассмотрим сначала участок траектории тела от его начальной точки до середины обруча. С одной стороны, его скорость $\vec{v}$ направлена вертикально вниз, с другой, складывается из скорости центра обруча $\vec{V}_c$ (которая направлена горизонтально) и его скорости относительно центра $\vec{v}_0$ (которая направлена по касательной к обручу против часовой стрелки):

$$\vec{v} = \vec{V}_c + \vec{v}_0 \qquad (5)$$



Треугольник сложения скоростей, отвечающий формуле (5) до того, как тело прошло середину обруча, показан на левом рисунке, когда пройдет – на среднем. Из этих рисунков видно, что до того, как тело пройдет середину обруча, обруч движется направо, после этого - налево (на этих рисунках первоначальное положение обруча и тела показано пунктиром и прозрачным кружком соответственно). При этом, когда тело дойдет до точки, расположенной ниже середины обруча и в которой угол между радиусом и вертикалью равен $\alpha = 45°$, обруч вернется в свое первоначальное положение около стенки (правый рисунок). А поскольку в этом положении обруч движется налево (и еще вращается против часовой стрелки) произойдет его столкновение со стенкой.

В этот момент возникнет сила реакции со стороны стенки, момент которой относительно тела не равен нулю. Поэтому эта сила «закрутит» обруч относительно тела, и возникнет сила реакции со стороны пола, причем ее величина будет в любой момент времени равна силе реакции стенки. Поэтому импульсы этих сил за время взаимодействия будут одинаковы. А поскольку тело не может опускаться дальше «в угол», находясь между стенкой и потолком, его вертикальная скорость погасится, и возникнет точно такая же скорость, направленная горизонтально. В этот момент тело отскочит от стенки, имея ту же по величине горизонтальную скорость, какую оно имело до столкновения обруча со стенкой в вертикальном направлении. В этот же момент пропадут обе силы реакции, и тело снова будет двигаться с ускорением свободного падения. Т.е. фактически после того, как обруч отскочит от стенки, тело будет двигаться «под углом к горизонту» с горизонтальной начальной скоростью.



Найдем скорость тела v в этот момент. Скорость v находится по законам равноускоренного движения (или закону сохранения энергии). Поскольку тело спустится на величину $\sqrt{2}R$ его скорость будет равна

$$v = \sqrt{2\sqrt{2}gR}$$

Вернемся теперь к движению тела. Поскольку сразу после удара тело находится на высоте $R - R/\sqrt{2}$, а скорость направлена горизонтально, а ускорение равно g, то тело коснется земли через интервал времени

$$t = \sqrt{\frac{\left(2-\sqrt{2}\right)R}{g}}$$

И следовательно, пролетит по горизонтали расстояние

$$S = vt = \sqrt{2\sqrt{2}gR}\sqrt{\frac{\left(2-\sqrt{2}\right)R}{g}} = 2R\sqrt{\sqrt{2}-1}$$

Чтобы найти расстояние от тела до стенки в этот момент к расстоянию S нужно прибавить расстояние от тела до стенки в тот момент, когда обруч сталкивался со стенкой, т.е. $R - R/\sqrt{2}$. Поэтому расстояние от тела до стенки в тот момент, когда оно коснется пола, равно

$$x = S + \frac{\left(\sqrt{2}-1\right)}{\sqrt{2}}R = R\left(2\sqrt{\sqrt{2}-1} + \frac{\left(\sqrt{2}-1\right)}{\sqrt{2}}\right)$$

Критерии оценки задачи

1. понята основная идея решения задачи – тело движется вертикально вниз с ускорением g , а кольцо – сначала от стены, потом к стене - 0,5 балла

2. использован закон сохранения энергии для вертикального движения тела, найдена его скорость в тот момент, когда кольцо стукнется о вертикальную стенку – 0,5 балла

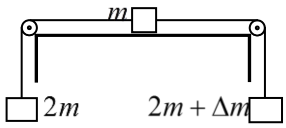
3. Доказано, что в момент удара вертикальная скорость пропадет, а появится точно такая же горизонтальная – 0,5 балла

4. Использованы законы равноускоренного движения для движения тела, получен правильный ответ – 0,5 балла

Максимальная оценка за задачу – 2 балла

Задания очного отборочного тура
Отраслевой физико-математической олимпиады школьников «Росатом»
Физика, 11 класс, комплект 2
2017 г.

1. На столе находится тело массой m, к которому с помощью веревок привязаны тела с массой $2m$ и $2m+\Delta m$. Веревки переброшены через блоки, укрепленные на краях стола (см. рисунок). Коэффициент трения между верхним телом и столом - k. Каким будет ускорение верхнего тела, если значение массы Δm вдвое превосходит то ее минимальное значение, при котором верхнее тело сдвигается с места?



Решение. Найдем сначала значение массы Δm, при котором верхнее тело сдвигается с места. При нулевом ускорении на него направо действует сила $(2m+\Delta m)g$, налево $2mg$. Поэтому оно сдвигается, если

$$(2m+\Delta m)g-2mg\geq kmg \qquad \Rightarrow \qquad \Delta m\geq km \qquad (1)$$

Если масса Δm вдвое превосходит значение (1), второй закон Ньютона для всех тел имеет вид

$$\begin{aligned}&(2m+2\Delta m)g-T_1=(2m+2\Delta m)a\\&T_1-T_2-kmg=ma\\&T_2-2mg=2ma\end{aligned} \qquad (2)$$

где T_1 - сила натяжения правой нити, T_2 - левой. Складывая уравнения (2), получим

$$a=\frac{kg}{5+2k}$$

Критерии оценки задачи

1. Найдено Δm, при котором верхнее тело сдвигается с места – 0,5 балла
2. записан второй закон Ньютона для всех тел – 0,5 балла
3. правильно записан второй закон Ньютона в случае, когда масса Δm вдвое превосходит то ее минимальное значение, при котором верхнее тело сдвигается с места – 0,5 балла
4. Найдено правильное ускорение тел – 0,5 балла

Максимальная оценка за задачу – 2 балла

2. Тело движется вдоль оси x со скоростью, пропорциональной кубу расстояния до начала координат $v=\alpha x^3$, где α - некоторое число. Известно, что в точке с координатой $x_0=1$ м скорость тела равнялась $v_0=2$ м/с. Найти ускорение тела в этой точке.

Решение. Продифференцируем заданную функцию по времени

$$a=\frac{dv}{dt}=\alpha 3x^2\frac{dx}{dt}=3\alpha x^2 v$$

По заданным значениям x_0 и v_0 найдем коэффициент α: $\alpha=v_0/x_0^3$. Отсюда находим ускорение в точке с координатой x_0:

$$a_0 = 3\frac{v_0^2}{x_0} = 24\ \text{м/с}^2$$

Критерии оценки задачи

1. понято, что нужно по заданной скорости найти ускорение (через производную)– 0,5 балла

2. использованы формулы дифференцирования сложной функции – 0,5 балла

3. получен правильный ответ – 1 балл

Максимальная оценка за задачу – 2 балла

3. Два конденсатора с емкостью C и $2C$ соединили последовательно. Эту батарею конденсаторов зарядили от источника электрического напряжения U, а затем отсоединили от него. Каким будет напряжение на батарее, если конденсатор емкостью C опустить в жидкий диэлектрик с диэлектрической проницаемостью ε?

Решение. При последовательном соединении конденсаторов их заряд будет одинаковым и равным

$$Q = UC_{об}$$

где $C_{об}$ - общая емкость системы конденсаторов. Находя общую емкость последовательно соединенных конденсаторов

$$C_{об} = \left(\frac{1}{C} + \frac{1}{2C}\right)^{-1} = \frac{2C}{3}$$

получим

$$Q = \frac{2CU}{3}$$

Поэтому на каждом из них будет следующее электрическое напряжение

$$U_C = \frac{Q}{C} = \frac{2U}{3},\ U_{2C} = \frac{Q}{2C} = \frac{U}{3}$$

После того как мы отсоединили конденсаторы от источника, их заряды не могут поменяться. Поэтому при опускании одного из них в жидкий диэлектрик, заряды конденсаторов не изменятся. А поскольку емкость конденсатора $2C$ не изменится, то не изменится и напряжение на нем. Емкость конденсатора C увеличится в ε раз: $C \to \varepsilon C$. Поэтому напряжение на нем уменьшится в ε раз. Следовательно, новое напряжение на батарее конденсаторов будет равно

$$U' = \frac{U_C}{\varepsilon} + U_{2C} = \frac{2U}{3\varepsilon} + \frac{U}{3} = \frac{(2+\varepsilon)}{3\varepsilon}U$$

Критерии оценки задачи

1. использовано, что при последовательном соединении конденсаторов их заряды одинаковы – 0,5 балла

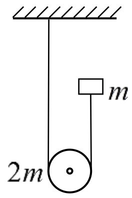
2. использовано, что при последовательном соединении конденсаторов напряжения на них складываются – 0,5 балла

3. использованы правильные формулы для емкости конденсатора с диэлектриком – 0,5 балла

4. правильный ответ – 0,5 балла

Максимальная оценка за задачу – 2 балла

4. Подвижный блок массой $2m$, масса которого сосредоточена в его оси, удерживают с помощью куска веревки, один конец которой прикреплен к потолку, второй – к телу массой m. В некоторый момент тело отпускают. Найти его ускорение.



Решение. Если бы нить была не натянута, блок и тело падали бы с ускорением g. Но при натянутой нити ускорение тела должно быть в 2 раза больше ускорения блока. Поэтому сила натяжения должна тормозить блок и ускорять тело так, чтобы ускорение тела было вдвое больше ускорения блока. Пусть сила натяжения веревки T. Тогда на блок со стороны веревки действует сила $2T$ и сила тяжести $2mg$, на тело – сила натяжения T и сила тяжести mg. Поэтому законы Ньютона для блока и тела имеют вид

$$\begin{aligned} 2ma_б &= 2mg - 2T \\ ma_m &= mg + T \end{aligned} \qquad (3)$$

Очевидно, ускорения блока и тела связаны: когда тело проходит расстояние Δx, блок опускается на $\Delta x/2$, поскольку слева и справа от блока добавляется кусочек веревки длиной $\Delta x/2$. Поэтому в любой момент времени скорость тела вдвое больше скорости блока, а поэтому вдвое больше и ускорение тела $a_m = 2a_б$. В результате уравнения (3) дают

$$\begin{aligned} 2ma_б &= 2mg - 2T \\ 2ma_б &= mg + T \end{aligned}$$

Умножая второе уравнение на 2 и складывая, находим ускорение блока, а затем и ускорение тела

$$a_б = \frac{2g}{3}, \qquad a_m = \frac{4g}{3}$$

То обстоятельство, что ускорение тела оказалось больше ускорения свободного падения, есть следствие натянутости нити: нить тормозит блок, но разгоняет тело так, чтобы обеспечить двукратную разницу в их ускорениях.

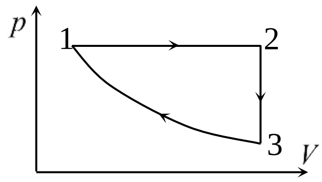
В заключение отметим, что если бы нить первоначально не была натянута, блок и тело падали бы с ускорением g, и через некоторое время блок натянул бы нить, и тела стали бы двигаться так, как описано в задаче.

Критерии оценки задачи

1. понято, что при падении нить будет натянутой – 0,5 балла
2. написаны правильные уравнения динамики для блока и тела – 0,5 балла
3. использованы правильные условия связи – 0,5 балла
4. правильный ответ – 0,5 балла

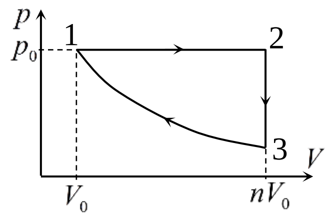
Максимальная оценка за задачу – 2 балла

5. С одноатомным идеальным газом проводят циклический процесс, состоящий из изобары, изохоры и адиабаты (см. рисунок). Чему равен максимально возможный КПД такого процесса как теплового двигателя? В адиабатическом процессе давление газа и его объем связаны соотношением: $pV^{5/3} = const$.



Решение. Пусть состоянию 1 отвечают давление p_0 и объем V_0, а в течение цикла объем увеличивается в n раз. Найдем КПД цикла и исследуем, его изменение в зависимости от изменения этих параметров.

Поскольку процесс 3-1 – адиабатический, тело получает тепло на участке 1-2 (контакт с нагревателем), отдает – на участке 2-3 (контакт с холодильником). Применяя первый закон термодинамики к процессам 1-2 и 2-3, получим



$$Q_н = Q_{1-2} = \frac{5}{2} p_0 V_0 (n-1), \; Q_х = Q_{2-3} = \frac{3}{2}(p_0 - p_1) n V_0 \qquad (4)$$

где $Q_н$ и $Q_х$ - количества теплоты, полученные газом в течение цикла, p_1 - давление в состоянии 3. Давление в состоянии 3 найдем, применяя к процессу 3-1 закон адиабаты, данный в указании к условию задачи

$$p_0 V_0^{5/3} = p_1 (nV_0)^{5/3} \qquad \Rightarrow \qquad p_1 = \frac{1}{n^{5/3}} p_0 \qquad (5)$$

В результате из (4), (5) имеем для КПД процесса 1-2-3-1:

$$\eta = 1 - \frac{Q_х}{Q_н} = 1 - \frac{3}{5} \frac{\left(n - \frac{1}{n^{2/3}}\right)}{(n-1)} \qquad (6)$$

Из формулы (6) заключаем, что КПД вообще не зависит от p_0 и V_0, а зависит только от того, во сколько раз увеличивается объем газа в течение цикла. Поэтому для нахождения максимального КПД цикла нужно исследовать КПД как функцию n. Очевидно, это функция монотонно возрастающая. Действительно, из неравенств

$$1 < \frac{\left(n - \frac{1}{n^{2/3}}\right)}{(n-1)} < \frac{n}{n-1}$$

И того факта, что при $n \to \infty$ величина $n/(n-1)$ стремится к единице, следует, что величина

$$\frac{\left(n - \frac{1}{n^{2/3}}\right)}{(n-1)}$$

стремится к единице сверху, а поскольку в формуле (6) она вычитается, то КПД процесса растет с ростом n. Поэтому КПД цикла будет максимальным при $n \to \infty$ и равным

$$\eta_{\max} = 0,4$$

Критерии оценки задачи

1. использованы правильные принципы нахождения КПД процесса – 0,5 балла

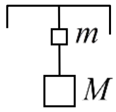
2. правильные вычисления полученной и отданной теплоты – 0,5 балла

3. понято, что максимальным КПД будет при бесконечном увеличении конечного объема – 0,5 балла

4. правильный ответ – 0,5 балла

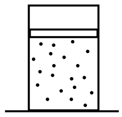
Максимальная оценка за задачу – 2 балла

Задания очного отборочного тура
Отраслевой физико-математической олимпиады школьников «Росатом»
Физика, 11 класс, комплект 3
2017 г.

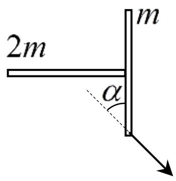


1. Два тела массами $m = 1$ кг и $M = 2$ кг, связанные невесомой и нерастяжимой нитью, привязаны к потолку кабины лифта. Сила натяжения нижней нити известна и равна $T = 40$ Н. Найти силу натяжения верхней нити. $g = 10$ м/с^2.

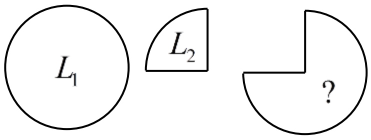
2. Имеются две бухты проволоки, изготовленной из одного и того же металла. Масса первой бухты m, второй - $2m$. Диаметр проволоки из первой бухты - d, второй - $2d$. Найти отношение сопротивления проволок из первой и второй бухт.



3. В запаянном вертикальном цилиндрическом сосуде под массивным поршнем массой m находится одноатомный идеальный газ при температуре T. Над поршнем вакуум. Из-за неплотных контактов поршня со стенками газ медленно просачивается в верхнюю часть сосуда. Пренебрегая теплоемкостью поршня и сосуда, а также теплопотерями, найти температуру газа, когда поршень опустится на дно сосуда.



4. Две тонкие палочки одинаковой длины с массами m и $2m$ образуют букву «Т» (палочка с массой $2m$ прикреплена к середине палочки с массой m под прямым углом к ней). Палочки лежат на шероховатой горизонтальной поверхности (см. рисунок, вид сверху). К одному из концов палочки m привязана нить, за которую систему палочек медленно тянут по поверхности. Какой угол α составляет палочка m с нитью.



5. Индуктивность кольца известна и равна L_1. Индуктивность контура, представляющего собой сектор кольца того же радиуса, опирающийся на угол $\pi/2$, также известна и равна L_2. Найти индуктивность контура, представляющего сектор кольца того же радиуса, опирающийся на угол $3\pi/2$.

Решения

1. Второй закон Ньютона для нижнего тела в проекциях на ось, направленную вертикально вверх, дает

$$Ma = T - Mg \qquad \Rightarrow \qquad a = \frac{T}{M} - g = 10 \text{ м/с}^2 \qquad (1)$$

где a - проекция ускорения тела. Таким образом, лифт движется с ускорением, направленным вверх. Применяя второй закон Ньютона для обоих тел и используя ускорение (1), получим

$$T_1 - (m+M)g = (m+M)a = \frac{(m+M)T}{M} - (m+M)g$$

Отсюда находим

$$T_1 = \frac{(m+M)T}{M} = 60 \text{ Н}$$

Критерии оценки задачи
1. Использован второй закон Ньютона для тела с ускорением, равным ускорения лифта – 0,5 балла
2. Правильно расставлены все сил – 0,5 балла
3. Получено правильное уравнение – 0,5 балла
4. Правильные вычисления и правильный ответ – 0,5 балла
Максимальная оценка за задачу – 2 балла

2. Выразим сопротивление проволоки через массу и диаметр проволоки. Имеем

$$R = \frac{\rho l}{S} = \frac{4\rho l}{\pi d^2}$$

где ρ - удельное сопротивление материала проволоки, l - ее длина, S - площадь поперечного сечения, d - диаметр. С другой стороны длину проволоки можно выразить через площадь поперечного сечения и плотность материала проволоки

$$l = \frac{m}{\rho_0 S} = \frac{4m}{\pi \rho_0 d^2}$$

где ρ_0 - плотность материала проволоки. Отсюда

$$R = \frac{16\rho m}{\pi^2 \rho_0 d^4} \qquad (1)$$

Применяя формулу (1) к первой и второй бухте и вычисляя отношение сопротивлений проволок, получим

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{m}{2m}\left(\frac{2d}{d}\right)^4 = 8$$

Критерии оценки задачи

1. Использована правильная формула, дающая связь сопротивления проводника с его длиной и сечением – 0,5 балла
2. длина проводников правильно выражена через массу – 0,5 балла
3. Получено правильное уравнение – 0,5 балла
4. Правильные вычисления и правильный ответ – 0,5 балла
Максимальная оценка за задачу – 2 балла

3. Поскольку работа силы тяжести над поршнем равна mgh, где h - высота поршня над дном сосуда, получим из первого закона термодинамики

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = mgh \qquad (1)$$

где ν - количество вещества газа, ΔT - изменение его температуры. Чтобы найти h используем условие равновесия поршня в начальном состоянии

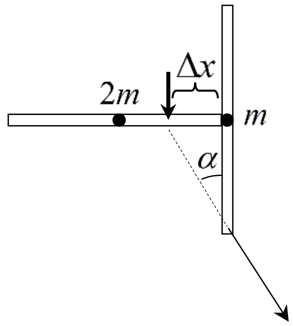
$$\frac{mg}{S} = \frac{\nu RT}{V} = \frac{\nu RT}{Sh} \qquad \Rightarrow \qquad mgh = \nu RT \qquad (2)$$

где V - объем газа в начальном состоянии. Подставляя формулу (2) в формулу (1), найдем конечную температуру газа T_1:

$$T_1 = \frac{5}{3}T$$

Критерии оценки задачи
1. Использовано правильное условие равновесия поршня в процессе его движения – 0,5 балла
2. Использован закон сохранения энергии с изменением внутренней энергии газа, равным убыли потенциальной энергии порша – 0,5 балла
3. Использована правильная формула для внутренней энергии с коэффициентом 3/2 – 0,5 балла
4. Правильные вычисления и правильный ответ – 0,5 балла
Максимальная оценка за задачу – 2 балла

4. Поскольку палочки движутся медленно, сумма сил и сумма моментов всех сил, действующих на палочки, равна нулю. Это значит, что момент силы трения относительно точки приложения внешней силы должен быть равен нулю. А поскольку силы трения, приложенные к различным малым элементам палочек, пропорциональны их массам и одинаково направлены, для вычисления момента силы трения можно воспользоваться тем же приемом, что и для вычисления момента силы тяжести: считать, что сила трения приложена к центру тяжести палочек. Поэтому линия действия внешней силы должна проходить через центр тяжести палочек.



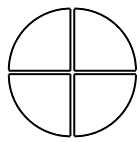
Найдем положение их центра тяжести. Для этого заменим палочки точечными массами, расположенными в их центрах, и найдем их центр тяжести. Так как масса «перекладинки» буквы «Т» вдвое меньше массы ее «ножки», расстояние Δx от середины «перекладинки» до центра тяжести палочек составит 2/3 расстояния от середины «перекладинки» до середины «ножки» (см. рисунок, центр тяжести палочек отмечен стрелкой):

$$\Delta x = \frac{2}{3}\frac{l}{2} = \frac{l}{3}$$

Поэтому

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{l/3}{l/2} = \frac{2}{3} \qquad \Rightarrow \qquad \alpha = \mathrm{arctg}\left(\frac{2}{3}\right)$$

Критерии оценки задачи
1. Обосновано, что центр тяжести палочек будет лежать на линии действия силы – 0,5 балла
2. Использованы правильные принципы нахождения центра тяжести палочек – 0,5 балла
3. Получено правильное уравнение – 0,5 балла
4. Правильные вычисления и правильный ответ – 0,5 балла
Максимальная оценка за задачу – 2 балла



5. Мысленно представим кольцо с током в виде четырех секторов так, как показано на рисунке, причем в проводах, расположенных вдоль диаметра токи текут навстречу друг другу. Тогда с точки зрения распределения магнитного поля в пространстве ничего не изменилось, так как новых токов не появилось. Поэтому поток магнитного поля через кольцо Φ_1 будет таким же, как поток магнитного поля через четыре сектора. С другой стороны этот поток будет складываться из четырех потоков магнитного поля каждого секториального тока через сам этот сектор Φ_2, четырех потоков магнитного поля каждого секториального тока через сектор, лежащий крест накрест $\Phi_\times$, и восьми потоков магнитного поля каждого секториального тока через соседние секторы $\Phi_=$. Поэтому

$$\Phi_1 = 4\Phi_2 + 4\Phi_\times + 8\Phi_= \qquad (1)$$

Используя известные индуктивности кольца и сектора, получим из (1), если во всех цепях текут одинаковые токи I :

$$4\Phi_\times + 8\Phi_= = \left(L_1 - 4L_2\right)I \qquad (2)$$

Разобьем теперь сектор, опирающийся на угол $270°$ на три сектора. Тогда поток магнитного поля через него Φ_3 будет складываться из трех потоков Φ_2, двух потоков $\Phi_\times$ и четырех потоков $\Phi_=$:

$$\Phi_3 = 3\Phi_2 + 2\Phi_\times + 4\Phi_= \qquad (1)$$

или

$$L_3 I = 3L_2 I + \frac{\left(L_1 - 4L_2\right)}{2} I$$

Отсюда находим

$$L_3 = L_2 + \frac{L_1}{2}$$

Критерии оценки задачи
1. Использована правильная идея нахождения индуктивности через потоки – 0,5 балла
2. обоснована возможность деления контура на части – 0,5 балла

3. Правильно найдены потоки через сам контур и соседние контуры – 0,5 балла
4. Правильные вычисления и правильный ответ – 0,5 балла
Максимальная оценка за задачу – 2 балла