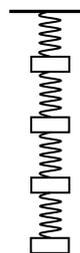


2.22. Олимпиада имени И.В.Савельева (отборочный тур олимпиады «Росатом»), 7 класс

Задания

1. Из города А в город В с одинаковыми скоростями $v = 60$ км/час выехали два поезда, причем один отправился через $\Delta t_1 = 10$ мин после другого. Поезд, идущий из города В в город А, повстречал эти поезда через $\Delta t_2 = 4$ мин один после другого. Найти скорость поезда, идущего в город А.
2. На столе лежит стопка одинаковых книг. Что тяжелее, сдвинуть вместе пять верхних книг, или вытащить одну четвертую сверху книгу из стопки? Ответ обосновать.
3. Куб со стороной $a = 1$ см и плотностью $\rho = 5$ г/см³ поместили внутрь жидкого пенопласта с плотностью $\rho/8$. После застывания пенопласта ему придали форму куба со стороной $2a$. Утонет ли такой куб в воде? Плотность воды равна 1 г/см³. Плотность пенопласта при застывании не меняется. Указание. Объем куба со стороной a равен a^3 .
4. В метро есть два эскалатора. Один из них работает на подъем, второй не работает. Чебурашка спустился по работающему эскалатору, а затем поднялся по неработающему, затратив на это движение время t . Затем он спустился по неработающему эскалатору, а поднялся по работающему, затратив на это движение время $2t/3$. Найти скорость движущегося эскалатора, если скорость Чебурашки относительно эскалатора при движении вниз равна v и вдвое больше скорости его скорости при движении вверх.
5. Четыре одинаковые пружины и четыре одинаковых груза скреплены друг с другом и подвешены к потолку так, как показано на рисунке. Известно, что самый верхний груз сместился на величину Δx_6 по сравнению с положением, когда все пружины не деформированы. На сколько сместится нижний груз? Массой пружин пренебречь.



Ответы и решения

1. Расстояние между поездами, идущими в город В, равно $v\Delta t_1$. Поэтому встреча со вторым поездом произойдет через время

$$\Delta t_2 = \frac{v\Delta t_1}{v + v_1}$$

После встречи с первым (v_1 - скорость поезда, идущего из города В в город А). Отсюда

$$v_1 = v \left(\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} - 1 \right) = 90 \text{ км/час}$$

2. Препятствует вытаскиванию книг из стопки сила трения, которая зависит от свойств трущихся поверхностей и силы, которая прижимает эти поверхности друг к другу. Поэтому чтобы сравнить

силы, необходимые для сдвига или вытаскивания книги из стопки нужно сравнить силы прижимающие эти книги друг к другу.

Пусть верхняя книга притягивается к земле с силой F , которая и прижимает ее ко второй книге. Тогда 5 книг будут прижиматься к шестой книге из стопки силой $5F$. Значит сила трения, а, следовательно, и внешняя сила, необходимая для сдвига пяти верхних книг, пропорциональна $5F$.

Когда мы вытаскиваем четвертую книгу из стопки мы должны «победить» силу трения между четвертой и пятой книгами (а она пропорциональна $4F$) и четвертой и третьей (пропорциональна $3F$). Следовательно, внешняя сила пропорциональна в этом случае $7F$. Поэтому пять книг вместе сдвинуть легче в $5/7$ раз.

3. Куб утонет в воде, если его средняя плотность больше 1 г/см^3 , и будет плавать, если меньше.

Найдем среднюю плотность данного куба. Масса внутреннего куба равна $m_1 = \rho a^3$.

Объем пенопласта равен $V_2 = 8a^3 - a^3 = 7a^3$. И, следовательно, масса пенопласта равна $m_2 = 7\rho a^3 / 8$. Поэтому масса всего нашего куба равна

$$M = m_1 + m_2 = \rho a^3 + \frac{7}{8} \rho a^3 = \frac{15}{8} \rho a^3,$$

а его средняя плотность есть

$$\rho_{cp} = \frac{M}{8a^3} = \frac{15}{64} \rho \approx 1,2 \text{ г/см}^3,$$

и, следовательно, куб утонет в воде.

4. Соотношения «расстояние-время-скорость» для спуска-подъема по работающему-неработающему эскалатору и наоборот дают

$$\frac{l}{v-u} + \frac{l}{v/2} = t$$

$$\frac{l}{v/2+u} + \frac{l}{v} = \frac{2t}{3}$$

где l - длина эскалатора, u - его скорость. Из этой системы уравнений получаем квадратное уравнение для u :

$$2u^2 - 11uv + 3v^2 = 0$$

Отсюда

$$u = \frac{(11 - \sqrt{97})}{4} v$$

(второй корень не удовлетворяет условию, т.к. $u > v$).

5. Верхняя пружина растягивается тремя грузами, средняя – двумя, нижняя – одним. Поэтому если нижняя пружина растянулась на величину Δx , то вторая снизу – на $2\Delta x$, третья – на $3\Delta x$,

верхняя – на $4\Delta x$. Очевидно, что смещение каждого груза по сравнению с положением, в котором все пружины недеформированы, равно сумме удлинений верхних для него пружин. Поэтому

$$\Delta x_e = 4\Delta x, \quad \Delta x_n = \Delta x + 2\Delta x + 3\Delta x + 4\Delta x = 10\Delta x$$

Отсюда находим

$$\Delta x_n = \frac{10\Delta x_e}{4}$$