

2.17. Олимпиада имени И.В.Савельева (отборочный тур олимпиады «Росатом»), 8 класс

1. (2 балла) На плите в большом количестве кипящей воде варится картошка. Что нужно сделать, чтобы картошка сварилась быстрее – (а) отлить часть кипящей воды, (б) долить в кастрюлю холодной воды, (в) плотно закрыть кастрюлю крышкой, (г) ничего не делать, поскольку ускорить процесс приготовления картошки невозможно. Ответ обоснуйте.
2. (2 балла) Расстояние от города А до города Б $l = 120$ км. На одной четверти дороги идет ремонт, и скорость машин на этом участке вдвое меньше, чем на отремонтированных участках дороги. С какой скоростью едут машины на отремонтированных участках дороги, если путь из города А в город Б занимает $t = 2$ часа? Считать, что скорость машин на отремонтированных и неотремонтированных участках дороги постоянна.
3. (2 балла) Во время гран-при Формулы-1 в Лапландии машина команды Ред Булл обгоняет машину команды Мерседес каждые $t_1 = 10$ минут, а команды Феррари – каждые $t_2 = 12$ минут. Как часто Феррари обгоняет Мерседес? Считать, что все машины едут с постоянными скоростями.
4. (2 балла) Конец однородного стержня длиной l согнули под прямым углом так, что длина согнутого участка составляет четвертую часть длины стержня. На каком расстоянии x от согнутого конца нужно расположить точечную опору, чтобы стержень находился в равновесии?
- 
5. (2 балла) Имеется три тела с разными температурами. Теплоемкости первого и второго тела одинаковы, у третьего – вдвое больше. Если в тепловой контакт привести первое и второе тело, установится температура T_{12} . Если в тепловой контакт привести первое и третье тело (с первоначальными температурами), установится температура T_{13} . Если в тепловой контакт привести второе и третье тело (с первоначальными температурами), установится температура T_{23} . Какая установится температура, если привести в тепловой контакт все три тела. Потерь тепла нет.

Ответы и решения

1. Чтобы ускорить процесс приготовления нужно увеличить температуру кипящей воды. Для этого нужно увеличить давление пара над водой. Поэтому плотное закрывание картошки ускорит приготовление. На этом принципе основано действие кастрюль-скороварок. Это кастрюли, которые закрываются герметично, и давление пара в которых повышается заметно. Из-за этого температура кипения воды в скороварке больше, чем 100 градусов, и продукты готовятся быстрее.

$$2. v = \frac{5l}{4t} = 75 \text{ км/час.}$$

3. Очевидно, что между двумя обгонами одной машиной второй машины, расстояние, проходимое первой, больше расстояния, проходимого второй, на длину одного круга. Поэтому если скорость машины Ред Булл равна v_R , Мерседеса - v_M , Феррари - v_F , а длина круга - l , то для времен t_1 , t_2 и искомого времени обгона машиной Феррари Мерседеса имеем

$$\frac{v_R - v_M}{l} = \frac{1}{t_1}, \quad \frac{v_R - v_F}{l} = \frac{1}{t_2}, \quad \frac{v_F - v_M}{l} = \frac{1}{t_3}.$$

Поэтому, вычитая второе равенство из первого, получим $\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} = \frac{1}{t_3}$. Или

$$t_3 = \frac{t_2 t_1}{t_2 - t_1} = 60 \text{ мин.}$$

4. Условие равновесия стержня дает

$$\frac{mx}{4} + \frac{mx^2}{2l} = \frac{m \left(\frac{(n-1)l}{n} - x \right)^2}{2l}$$

где m - масса стержня. Отсюда находим

$$x = \frac{9l}{32}$$

(решение через центр тяжести несогнутой части проще и приводит к тому же ответу).

5. Пусть температуры тел равны t_1 , t_2 и t_3 . Тогда для установившихся температур имеем

$$2T_{12} = t_1 + t_2$$

$$3T_{13} = t_1 + 2t_3$$

$$3T_{23} = t_2 + 2t_3$$

Решая эту систему уравнений, получим

$$t_3 = \frac{3}{4}(T_{13} + T_{23}) - \frac{1}{2}T_{12}$$

Поэтому установившаяся температура при контакте всех трех тел

$$T_x = \frac{1}{4}(t_1 + t_2) + \frac{1}{2}t_3$$

равна

$$T_x = \frac{1}{4}T_{12} + \frac{3}{8}(T_{13} + T_{23})$$