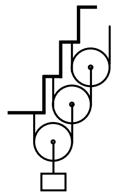
2.13. Отборочный тур олимпиады «Росатом», 9 класс

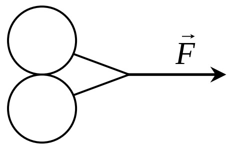
1. Человек первую треть полного времени движения прошел по лесной дороге со скоростью $v=1$ км/ч. Вторую треть полного времени движения человек шел по шоссе со скоростью $3v$. Оставшейся участок, длина которого равна трети всего пути, человек прошел со скоростью v_1. Найти v_1.

2. 2014 одинаковых блоков массой m каждый подвешены с помощью невесомых нитей так, как показаны на рисунке. Найти силу натяжения нити, удерживающей 2014 блок. Масса груза равна массе блока.



3. Имеется кусок провода с сопротивлением $R=1000$ Ом. Из провода изготавливают нагреватель, рассчитанный на работу в бытовой электрической сети с напряжением $U=220$ В. Нагреватель какой максимальной мощности можно изготовить, если максимальный ток через провод – $I=1$ А. Напряжение сети не зависит от нагрузки. При изготовлении нагревателя необходимо использовать весь провод без остатка.

4. Веревку длиной $l=8R/5$ прикрепляют к двум шайбам радиуса R и тянут шайбы в горизонтальном направлении (см. рисунок, вид сверху). Найти силу, с которой шайбы действуют друг на друга.



5. От пристани отходит корабль. Через некоторое время вслед за кораблем с пристани вылетает муха. Долетев до корабля, муха разворачивается, летит обратно и возвращается к пристани через время $t_1=8$ мин после старта. Сразу после этого муха повторяет движение от пристани до корабля и обратно, но затрачивает на него время $t_2=10$ мин. Какое время затратит муха на третье

Ответы и решения

1. Пусть полный путь, пройденный человеком, равен S, затраченное время - t. Тогда из соотношений, связывающих расстояние, время и скорость для первого и второго этапа движения имеем

$$v\frac{t}{3}+3v\frac{t}{3}=\frac{2S}{3} \qquad (1)$$

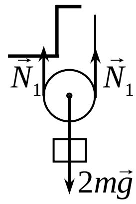
С другой стороны

$$v_1=\frac{S/3}{t/3}$$

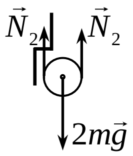
Поэтому из (1) находим

$$v_1=2v=2 \text{ км/ч}$$

2. На первый блок действуют: сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения нижней нити, равная $m\vec{g}$ (направлены вниз), две силы натяжения охватывающей его нити $\vec{N}_1$, направленные вверх (см. рисунок). Отсюда следует, что сила натяжения нити, охватывающей нижний блок, равна



$$N_1 = mg$$



На второй блок действует сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения первой нити, равная $m\vec{g}$ (направлены вниз), две силы натяжения охватывающей его нити $\vec{N}_2$, направленные вверх (см. рисунок). Отсюда следует, что сила натяжения нити, охватывающей нижний блок, равна

$$N_2 = mg$$

Продолжая рассуждения дальше, найдем, что силы натяжения всех нитей и, в том числе, нити, охватывающей 2014 блок, равны

$$N_{2014} = mg$$

3. Поскольку напряжение сети не зависит от нагрузки, из закона Джоуля-Ленца

$$P = \frac{U^2}{r}$$

Заключаем, что мощность нагревателя будет максимальной при условии максимального количества соединений полюсов сети проволоками с минимальным сопротивлением. Но сопротивление каждой проволоки нельзя сделать меньше, чем $r = 220$ Ом, поскольку ток через проволоку не должен превосходить 1 А. Поэтому можно разрезать проволоку на 4 части, три с сопротивлением $r = 220$ Ом; останется кусок с сопротивлением $r_1 = 120$ Ом. По условию этот кусок нельзя выбросить, но из него можно сделать проводник с сопротивлением, практически равным нулю (разрезав его на множество маленьких участков и соединить их параллельно), и включить последовательно любому из участков. Поэтому максимальная мощность нагревателя определяется соотношением

$$P_{\max} = 4\frac{U^2}{r} = 880 \text{ Вт}$$

4. На каждую шайбу действует сила натяжения нити $\vec{T}$ и сила реакции со стороны второй шайбы $\vec{N}$ (см. рисунок), причем сумма проекций этих сил на ось y равна нулю. Поэтому

$$N = T\sin\alpha$$

где α - угол между нитью и линией действия силы $\vec{F}$. С другой стороны, сила натяжения нити возникает из-за того, что нить тянут с силой $\vec{F}$. Поэтому

$$2T\cos\alpha = F \text{ и } N = \frac{1}{2}F \text{ tg}\,\alpha$$

Найдем $\text{tg}\,\alpha$. Очевидно

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{R}{\sqrt{\left(4/5R+R\right)^2 - R^2}} = \frac{5}{\sqrt{56}}$$

Отсюда получаем

$$N = \frac{5}{2\sqrt{56}}F$$

5. Пусть скорость корабля v, скорость мухи - u, расстояние от причала до корабля в момент вылета мухи равно l. Тогда время движения мухи до корабля и назад равно

$$t_1 = \frac{2l}{u-v} \tag{1}$$

а расстояние от корабля до причала равно

$$l_1 = l + vt_1 = \frac{l\left(u+v\right)}{u-v}$$

Это значит, что время, затраченное мухой на второе путешествие, можно найти по формуле (1), в которой нужно сделать замену $l \to l_1$

$$t_2 = \frac{2l_1}{u-v} = \frac{2l\left(u+v\right)}{\left(u-v\right)^2} = t_1\frac{\left(u+v\right)}{\left(u-v\right)} \tag{2}$$

В этот момент между кораблем и пристанью будет расстояние

$$l_2 = l_1 + vt_2 = \frac{l\left(u+v\right)^2}{\left(u-v\right)^2}$$

А это значит, что время, которое затратит муха на третье путешествие, можно найти из (1) с помощью замены $l \to l_2$

$$t_3 = \frac{2l_2}{u-v} = \frac{2l\left(u+v\right)^2}{\left(u-v\right)^3} = t_1\frac{\left(u+v\right)^2}{\left(u-v\right)^2} \tag{3}$$

Из (2), (3) получаем

$$t_3 = \frac{t_2^2}{t_1} = 12{,}5 \text{ мин.}$$