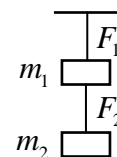


2.18. Заключительный тур олимпиады «Росатом», 7 класс

1. Когда открывают банку с домашними консервированными помидорами, часто наблюдают следующий эффект. Если до открывания банки помидоры плавали, то сразу после открывания начинают тонуть. Объясните это явление.

2. Во время соревнований по автомобильным гонкам победитель, пройдя 60 кругов, обогнал второго призера на 2 круга. Какова средняя скорость движения второго автомобиля, если средняя скорость первого 120 км/ч. Все свои круги каждый автомобиль проходит одинаково.

3. Два груза подвешены на двух легких веревках, так, как показано на рисунке. Отношение сил натяжения верхней и нижней веревки известно: $F_1 : F_2 = 3 : 1$. Найти отношение масс верхнего и нижнего грузов $m_1 : m_2$.



4. Команда из трех спортсменов должна пройти по определенному маршруту за минимальное время. Длина маршрута $l = 18$ км. Спортсмены могут бежать со скоростью $v = 15$ км/ч, или ехать на велосипеде со скоростью $3v$. При этом на команду полагается только один одноместный велосипед. Предложите стратегию движения на маршруте, обеспечивающую минимальное время его прохождения, и найдите это минимальное время. Время прохождения маршрута определяется по последнему пришедшему к финишу спортсмену.

5. Два друга решили сосчитать количество ступенек эскалатора, находящихся между входом и выходом с него. Они одновременно ступили на эскалатор, причем в то время, как один делал два шага, другой делал один шаг (через ступеньки никто из них не перескакивал). Чтобы дойти до верхнего конца эскалатора, тому кто шагал быстрее, пришлось сделать 28 шагов, другому - 21 шаг. Сколько ступенек имеет эскалатор снизу доверху?

Ответы и решения

1. Когда открывают банку с домашними консервированными помидорами, часто наблюдают следующий эффект. Если до открывания банки помидоры плавали, то сразу после открывания начинают тонуть. Объясните это явление.

Решение. Поскольку банки закрывают горячими, давление внутри банки несколько меньше атмосферного. Поэтому все законсервированные фрукты или овощи имеют больший объем (и соответственно меньшую среднюю плотность), чем обычно. Особенно значительным этот эффект бывает для помидоров, которые имеют пустоты внутри. При открывании банки, овощи несколько сжимаются, их плотность увеличивается, и они могут тонуть.

2. Во время соревнований по автомобильным гонкам победитель, пройдя 60 кругов, обогнал второго призера на 2 круга. Какова средняя скорость движения второго автомобиля, если средняя скорость первого — 120 км/ч

Решение. Среднюю скорость первой машины можно найти как

$$v_1 = \frac{60S}{t_1} = 120 \text{ км/час}$$

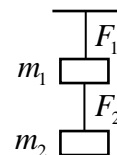
где S — длина одного круга. Средняя скорость второй машины определяется соотношением

$$v_2 = \frac{60S}{t_1 + \Delta t}$$

где Δt — время, за которое вторая машина проходит два круга. По условию за время t_1 вторая машина прошла 58 кругов, а поскольку все свои круги каждая машина проходит за одинаковое время, то $\Delta t = 2t_1 / 58$. Отсюда находим

$$v_2 = \frac{58S}{t_1} = \frac{58}{60} v_1 = 116 \text{ км/час}$$

3. Два груза подвешены на двух легких веревках, так, как показано на рисунке. Отношение сил натяжения верхней и нижней веревки известно: $F_1 : F_2 = 3 : 1$. Найти отношение масс верхнего и нижнего грузов $m_1 : m_2$.



Решение. Верхняя нить удерживает груз массой $m_1 + m_2$, и следовательно сила натяжения верхней веревки пропорциональна величине $m_1 + m_2$. Нижняя веревка удерживает груз m_2 , поэтому ее сила натяжения пропорциональна величине m_2 . Отсюда имеем

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{3}{1} = \frac{m_1 + m_2}{m_2} = \frac{m_1}{m_2} + 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{m_1}{m_2} = 2$$

4. Команда из трех спортсменов должна пройти по определенному маршруту за минимальное время. Длина маршрута $l = 18$ км. Спортсмены могут бежать со скоростью $v = 14$ км/ч, или ехать на велосипеде со скоростью $3v$. При этом на команду полагается только один одноместный велосипед. Предложите стратегию движения на маршруте, обеспечивающую минимальное время его прохождения, и найдите это минимальное время. Время прохождения маршрута определяется по последнему пришедшему к финишу спортсмену.

Решение. Чтобы максимально использовать велосипед, спортсмены должны двигаться так: два бегут, третий едет на велосипеде. Проехав $1/3$ пути, третий спортсмен оставляет велосипед и дальше бежит. Когда первый и второй спортсмены добегают до велосипеда, один начинает ехать на велосипеде, второй продолжает бежать. Проехав вторую треть пути, тот спортсмен, который едет на велосипеде, оставляет велосипед и дальше бежит. Третий, добежав до велосипеда, начинает ехать на нем. В результате все три спортсмена добегают до пункта назначения одновременно, пробежав $2/3$ пути и проехав на велосипеде $1/3$ пути. А время прохождения дистанции равно

$$t = \frac{2l/3}{v} + \frac{l/3}{3v} = \frac{7l}{9v} = 1 \text{ час}$$

5. Два друга решили сосчитать количество ступенек эскалатора, находящихся между входом и выходом с него. Они одновременно ступили на эскалатор, причем в то время, как один делал два шага, другой делал один шаг (через ступеньки никто из них не перескакивал). Чтобы дойти до верхнего конца эскалатора, тому, кто шагал быстрее, пришлось сделать 28 шагов, другому - 21 шаг. Сколько ступенек имеет эскалатор снизу доверху?

Решение. Пусть количество ступенек на эскалаторе сверху донизу равно N , длина каждой ступеньки (вдоль эскалатора) равна Δl , первый друг совершает шаг за время Δt , второй – за время $2\Delta t$.

Так как первый друг сделал во время подъема 28 шагов, то он затратил на это время $28\Delta t$, а $N - 28$ ступенек ушли наверху под порожек эскалатора. Поэтому скорость эскалатора равна

$$v_{\text{э}} = \frac{(N - 28)\Delta l}{28\Delta t}$$

Второй сделал 21 шаг, значит за время $42\Delta t$ под верхний порожек эскалатора ушли $N - 21$ ступенек. Поэтому скорость эскалатора будет равна

$$v_{\text{э}} = \frac{(N - 21)\Delta l}{42\Delta t}$$

Приравнивая эти скорости и решая уравнение относительно N , получим

$$N = 42$$