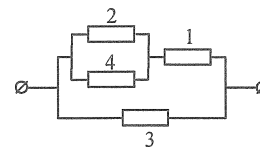


2.11. Заключительный тур олимпиады «Росатом», 10 класс

Ответы и решения

1. Очевидно, что данную цепь с помощью деформации проводов можно привести к виду. Сопротивление нижнего участка r , верхнего $3r/2$. Поэтому ток в верхнем участке (через сопротивление 1) будет составлять $2/3$ от тока в нижнем. Между сопротивлениями 2 и 4 верхний ток поделится пополам. Поэтому ток через сопротивление 2 будет составлять $1/3$ от тока через сопротивление 3. Поэтому по закону Джоуля-Ленца заключаем, что



$$\frac{P_1}{P_3} = \frac{4}{9}.$$

2. Законы движения тел в системе координат, начало которой совпадает с начальным положением нижнего тела, ось x направлена вертикально вверх, дают

$$x_1(t) = 2v_0t - \frac{gt^2}{2}$$

$$x_2(t) = l + v_0t - \frac{gt^2}{2}$$

В момент столкновения тел τ их координаты совпадут, поэтому

$$2v_0\tau - \frac{g\tau^2}{2} = l + v_0\tau - \frac{g\tau^2}{2}$$

Откуда находим время столкновения

$$\tau = \frac{l}{v_0}$$

и координату точки столкновения

$$x = 2l - \frac{gl^2}{2v_0^2} = -300 \text{ м}$$

Знак «-» означает, что встреча тел произойдет ниже начального положения нижнего тела.

3. Так как температура и давление газа в среднем и правом отсеке будут одинаковы, то и их объемы должны быть одинаковы. Поэтому, если левый поршень передвинется на Δx , то правый передвинется на $\Delta x/2$. Закон Клапейрона-Менделеева для газа в левом и одном из других отсеков дает (при том, что давление во всех отсеках будет одинаково из-за равновесия поршней)

$$pS(l/3 + \Delta x) = \nu RT_0, \quad pS(l/3 - \Delta x/2) = \nu RT_0$$

где p - давление газа, S - площадь сечения сосуда, ν - количество вещества газа в каждом отсеке. Деля уравнения друг на друга, получим

$$\frac{l/3 + \Delta x}{l/3 - \Delta x/2} = 2$$

Отсюда находим, что смещение левого поршня равно $l/6$, правого - $l/12$.

4. Разобьем кусок веревки, находящийся от расстояния $2l/3$ от оси вращения до конца, на малые элементы, и для каждого напишем второй закон Ньютона. Получим

$$T - T_1 = \Delta m_1 \omega^2 r_1$$

$$T_1 - T_2 = \Delta m_2 \omega^2 r_2$$

$$T_2 - T_3 = \Delta m_3 \omega^2 r_3$$

.....

Здесь T, T_1, \dots - силы натяжения веревки на краях каждого элемента веревки (T - искомая сила), Δm_i - массы элементов, r_i - расстояние от элементов до оси вращения. Складывая уравнения, получим

$$T = \Delta m_1 \omega^2 r_1 + \Delta m_2 \omega^2 r_2 + \Delta m_3 \omega^2 r_3 + \dots = \omega^2 \sum_i \Delta m_i r_i = \Delta m \omega^2 \frac{\sum_i \Delta m_i r_i}{\Delta m} = \Delta m \omega^2 r_c$$

где Δm - масса рассматриваемого куска веревки, которая составляет одну треть от массы всей веревки, r_c - расстояние от оси вращения до центра масс рассматриваемого участка веревки. Очевидно

$$r_c = \frac{2}{3}l + \frac{1}{6}l = \frac{5}{6}l$$

Отсюда находим

$$T = \frac{5}{18}m\omega^2 l.$$

5. Так как кольца невесомы и нет трения, то нить в процессе движения бусинки будет перпендикулярна стержням (достаточно бесконечно малой силы, чтобы их перемещать). Пусть длина вертикального участка нити y , горизонтального - x . Тогда $x + y = 3l$. А это значит, что в системе координат, оси которой совпадают со спицами, траектория бусинки описывается функцией

$$y = -x + 3l$$

т.е. направлена под углом 45° к горизонту и пересекает вертикальную спицу на расстоянии $3l$ от точки их соединения (см. рисунок; траектория бусинки показана пунктиром, ее длина $\sqrt{2}l$).

Найдем ускорение бусинки. На бусинку действуют две силы натяжения и сила тяжести. Но поскольку сумма сил натяжения перпендикулярна траектории, то ускорение бусинки равно проекции ускорения свободного падения на направление траектории, т.е.

$$a = \frac{\sqrt{2}g}{2}.$$

Поэтому

$$\sqrt{2}l = \frac{\sqrt{2}gt^2}{4} \quad \Rightarrow \quad t = 2\sqrt{\frac{l}{g}}$$

