

### 5.2.8. Вариант задания заключительного тура для 9-го класса

1. Самолет, совершающий рейс Москва-Нью-Йорк, вылетает в 8.00 по московскому времени и прибывает в 13.00 по нью-йоркскому. Обратный рейс отправляется в 3.00 по нью-йоркскому и прибывает в 22.00 по московскому времени. Определите разницу времени между Москвой и Нью-Йорком.

2. Корабль плывет по реке с постоянной скоростью. По палубе с постоянной по величине скоростью ходит пассажир. От кормы к носу пассажир идет со скоростью  $v$  относительно берега, а обратно со скоростью  $v/2$  относительно берега. Длина палубы  $L$ . Пассажир прошел 1 раз от кормы к носу и обратно. Какое расстояние относительно берега прошел за это время корабль? Скорость корабля относительно воды больше скорости пассажира относительно корабля.

3. Имеются рычажные весы с чашами различной массы, набор одинаковых кубиков, набор одинаковых шариков. Весы находятся в равновесии, если положить: на левую чашу 2 кубика, на правую 3 шарика; или на левую чашу 1 шарик, на правую 1 кубик. Какая чаша весов перевесит, если положить: на левую чашу 1 кубик, на правую 1 шарик? Ответ обоснуйте.

4. Тело падает с высоты  $h$  на землю без начальной скорости. Какое расстояние пройдет тело за вторую четверть полного времени движения до поверхности земли?

5. Два сообщающихся сосуда имеют форму цилиндров с площадью сечений  $S$  и  $4S$ . В сосуды налита жидкость, поверхности которой закрыты невесомыми поршнями (см. рисунок). Если некоторый груз положить на поршень в левом сосуде, то этот поршень опустится на величину  $\Delta h$ . На какую величину по сравнению с первоначальным положением (пока груза на поршнях не было) опустится правый поршень, если груз снять с левого поршня и переложить на правый?



### Ответы и решения

1. **Решение.** Пусть когда в Москве время  $t$ , время в Нью-Йорке  $t-T$ . И пусть самолет летит время  $\Delta t$ . Тогда

$$8 + \Delta t = 13 + T$$

$$3 + \Delta t = 22 - T$$

Вычитая эти равенства друг из друга, получаем  $T = 7$  час.

2. Пусть скорость пассажира относительно корабля равна  $v_1$ , корабля относительно воды -  $u$ . Тогда

$$v = u + v_1$$

$$v/2 = u - v_1$$

Отсюда находим

$$u = \frac{3v}{4}, \quad v_1 = \frac{v}{4}$$

Пассажир прошел от кормы до носа и обратно за время

$$t = \frac{2L}{v_1} = \frac{8L}{v}$$

а корабль переместился за это время на  $x = ut = 6L$ .

3. Пусть масса кубика  $m_1$ , масса шарика -  $m_2$ . И пусть масса левой чашки на  $\Delta M$  больше массы правой (если  $\Delta M < 0$ , то меньше). Условия равновесия весов дают

$$\Delta M + 2m_1 = 3m_2$$

$$\Delta M + m_2 = m_1$$

Отсюда находим

$$\Delta M = \frac{1}{3}m_2, \quad m_1 = \frac{4}{3}m_2$$

Теперь проверяем, какая чаша перевесит, когда на левой чашке 1 кубик, на правой 1 шарик

$$\Delta M + m_1 \simeq m_2 \quad \frac{1}{3}m_2 + \frac{4}{3}m_2 \simeq m_2 \quad \frac{5}{3}m_2 > m_2$$

Следовательно, левая чашка перевесит.

4. Полное время падения до поверхности земли равно  $t = \sqrt{2h/g}$ , его четвертая часть

$$\Delta t = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Поэтому за первую четверть полного времени движения тело пройдет расстояние

$$h_1 = \frac{g\Delta t^2}{2} = \frac{h}{16}$$

За две четверти полного времени падения тело пройдет расстояние

$$h_2 = \frac{g(2\Delta t)^2}{2} = \frac{4h}{16}$$

и, следовательно, за вторую четверть полного времени падения тело пройдет расстояние

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \frac{3h}{16}$$

5. Условие равновесия груза на левом поршне имеет вид

$$\frac{mg}{S} = \rho g(\Delta h + \Delta x) \quad (1)$$

где  $m$  - масса груза,  $\rho$  - плотность жидкости,  $\Delta x$  - величина подъема уровня жидкости в правом колене. Поскольку уменьшение объема жидкости в левом колене равно увеличению объема жидкости в правом,  $\Delta h$  и  $\Delta x$  связаны соотношением

$$\Delta h S = \Delta x 4S \quad (2)$$

Из (1)-(2) находим

$$\Delta h = \frac{4m}{5\rho S} \quad (3)$$

Аналогично находим, на сколько опустился правый поршень (по сравнению с начальным уровнем), если на него положить тот же груз (убрав его с левого поршня)

$$\frac{mg}{4S} = \rho g(\Delta h_1 + \Delta x_1)$$

где  $\Delta h_1$  - величина опускания уровня в правом колене,  $\Delta x_1 = 4\Delta h_1$  - величина подъема уровня в левом. Отсюда

$$\Delta h_1 = \frac{m}{20\rho S} \quad (4)$$

Из (3)-(4) получаем для смещения правого поршня

$$\Delta h_1 = \frac{\Delta h}{16}$$