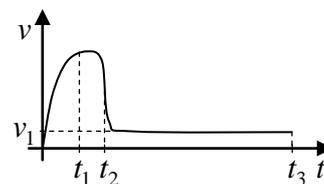


5.2.9. Вариант задания заключительного тура для 8-го класса

1. Ящик в форме куба полностью наполнен одинаковыми чугунными шарами. Масса всех шаров M . Какой будет масса всех шаров в ящике, если его заполнить чугунными шарами вдвое меньшего радиуса?

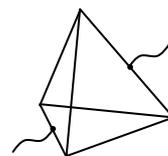
2. Самолет, совершающий рейс Москва-Нью-Йорк, вылетает в 8.00 по московскому времени и прибывает в 13.00 по нью-йоркскому. Обратный рейс отправляется в 3.00 по нью-йоркскому и прибывает в 22.00 по московскому времени. Определите разницу времени между Москвой и Нью-Йорком.

3. Человек прыгает с большой высоты с парашютом. Дан график зависимости его скорости от времени. Объяснить особенности данного графика. Определить по графику с какой высоты парашютист начал опускаться с раскрытым парашютом. $t_1 = 7$ с, $t_2 = 10$ с, $t_3 = 210$ с, $v_1 = 5$ м/с.



4. Имеются рычажные весы с чашами различной массы, набор одинаковых кубиков, набор одинаковых шариков. Весы находятся в равновесии, если положить: на левую чашу 2 кубика, на правую 3 шарика; или на левую чашу 1 шарик, на правую 1 кубик. Какая чаша весов перевесит, если положить: на левую чашу 1 кубик, на правую 1 шарик? Ответ обоснуйте.

5. Из проволоки сделали правильную пирамиду, все ребра которой имеют одинаковую длину и одинаковое сопротивление. К серединам двух противоположных сторон подключают источник электрического напряжения (см. рисунок). Известно, что сопротивление пирамиды равно R . Чему равно сопротивление одного ребра?



Ответы и решения

1. Если диаметр шара уменьшить в n раз, то в n^3 раз уменьшится масса каждого, но их количество увеличится в n^3 раз. Поэтому масса всех шаров не изменится.

2. Пусть когда в Москве время t , время в Нью-Йорке $t - T$. И пусть самолет летит время Δt . Тогда

$$8 + \Delta t = 13 + T$$

$$3 + \Delta t = 22 - T$$

Вычитая эти равенства друг из друга, получаем $T = 7$ час.

3. Сначала (до t_1) скорость парашютиста растет, в момент времени t_2 он раскрывает парашют, и его скорость резко падает, начиная с t_2 , он движется с постоянной скоростью, благодаря силе сопротивления воздуха. Поэтому он опускается с постоянной скоростью с высоты

$$h = v(t_3 - t_2) = 1000 \text{ м}$$

4. Пусть масса кубика m_1 , масса шарика - m_2 . И пусть масса левой чашки на ΔM больше массы правой (если $\Delta M < 0$, то меньше). Условия равновесия весов дают

$$\Delta M + 2m_1 = 3m_2$$

$$\Delta M + m_2 = m_1$$

Отсюда находим

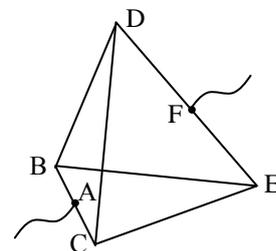
$$\Delta M = \frac{1}{3}m_2, \quad m_1 = \frac{4}{3}m_2$$

Теперь проверяем, какая чаша перевесит, когда на левой чашке 1 кубик, на правой 1 шарик

$$\Delta M + m_1 \simeq m_2 \quad \frac{1}{3}m_2 + \frac{4}{3}m_2 \simeq m_2 \quad \frac{5}{3}m_2 > m_2$$

Следовательно, левая чашка перевесит.

5. Пусть сопротивление одного ребра равно r . Из симметрии цепи следует, что в каждом разветвлении ток делится пополам. Поэтому, если в точку А втекает ток I , то напряжения на всех проводниках, составляющих ребра пирамиды являются следующими:



$$U_{AB} = U_{AC} = Ir/4,$$

$$U_{CD} = U_{CE} = U_{BE} = U_{BD} = Ir/4, \quad U_{DF} = U_{EF} = Ir/4.$$

Поэтому напряжение между точками А и F равно

$$U_{AF} = U_{AB} + U_{BD} + U_{DF} = \frac{3Ir}{4}$$

Отсюда находим, что сопротивление пирамиды равно $R = 3r/4$ а $r = 4R/3$.