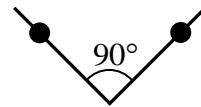


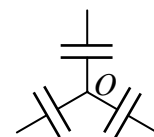
5.2.6. Новоуральск, Курск, Байконур, Волгодонск, Липецк, 11 класс (заключительный этап олимпиады «Росатом»)

1. Две маленьких бусинки массой m заряжены зарядами Q и Q . Бусинки надеты на спицы, которые расположены в вертикальной плоскости симметрично по отношению к вертикали и угол между которыми равен 90° (см. рисунок). Каково расстояние между бусинками в положении равновесия.



2. Закрытый вертикальный цилиндрический сосуд разделен на две части подвижным поршнем. Над поршнем находится 1 моль идеального газа, под поршнем - ν моль, а отношение объемов верхней и нижней частей сосуда равно 3. Если сосуд перевернуть, поршень установится посередине сосуда. Найти ν . Температура газа постоянна.

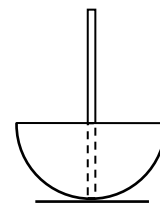
3. Три незаряженных конденсатора с емкостями C , $2C$ и $3C$ соединены вместе одними своими концами в точке O . Затем на вторые концы конденсаторов подают потенциалы φ_1 (на C), φ_2 (на $2C$) и φ_3 (на $3C$).



Определить потенциал точки O .

4. Товарный поезд, двигаясь с постоянным ускорением, въезжает в туннель со скоростью v_0 . Известно, что первый вагон пробыл в туннеле в 2 раза дольше, чем последний. Какую скорость имел поезд в тот момент, когда целиком выехал из туннеля, если известно, что его длина равна длине туннеля? Длиной вагона по сравнению с длиной всего поезда пренебречь.

5. Тонкостенная полусфера имеет радиус R . К нижней точке внутренней поверхности полусферы припаян очень тонкий стержень, перпендикулярный поверхности полусферы в точке крепления (см. рисунок). Масса стержня в 3 раза превосходит массу полусферы. При какой длине стержня нарисованное положение тела будет положением устойчивого равновесия? Ответ обосновать.



Ответы и решения

1. Условие равновесия бусинок (проекции кулоновской силы и силы тяжести на направление стержня одинаковы) дает

$$\frac{kQ^2}{d^2} = mg \operatorname{ctg} \alpha$$

где $\alpha = 45^\circ$, d - расстояние между бусинками. Отсюда находим

$$d = \sqrt{\frac{kQ^2 \operatorname{tg} \alpha}{mg}} = \sqrt{\frac{kQ^2}{mg}}.$$

2. Условия равновесия поршня в сосуде в первом и втором случаях дают

$$\begin{aligned} \frac{mg}{S} + \frac{RT}{3V} &= \frac{\nu RT}{V} \\ \frac{mg}{S} + \frac{\nu RT}{2V} &= \frac{RT}{2V} \end{aligned}$$

где m - масса поршня, S - площадь сечения сосуда, T - температура газа, $4V$ - объем сосуда. Вычитая второе уравнение из первого и приводя подобные члены, получим

$$\nu = \frac{5}{9}$$

3. Пусть потенциал точки O равен φ_0 . Тогда заряды пластин конденсаторов, связанных с точкой O будут равны

$$\begin{aligned} q_1 &= C(\varphi_0 - \varphi_1) \\ q_2 &= 2C(\varphi_0 - \varphi_2) \\ q_3 &= 3C(\varphi_0 - \varphi_3) \end{aligned} \tag{1}$$

С другой стороны по закону сохранения заряда суммарный заряд пластин конденсаторов, соединенных с точкой O , равен нулю $q_1 + q_2 + q_3 = 0$. Поэтому из (1) имеем

$$\varphi_0 = \frac{\varphi_1 + 2\varphi_2 + 3\varphi_3}{6}.$$

4. Пусть длина поезда (и длина туннеля) равны l , время нахождения в туннеле первого вагона - t . Тогда поскольку первый вагон, находясь внутри туннеля, проехал расстояние l , имеем

$$l = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

Последний вагон находился внутри туннеля время $t/2$, и, следовательно, поезд за время $3t/2$ проехал расстояние $2l$. Поэтому

$$2l = \frac{3v_0 t}{2} + \frac{9at^2}{8}$$

Из этой системы уравнений находим время t и ускорение поезда

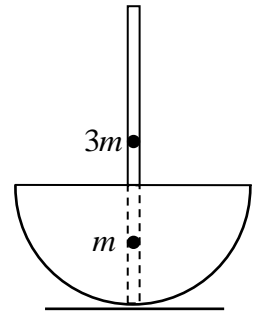
$$t = \frac{l}{3v_0}, \quad a = \frac{12v_0^2}{l}$$

Поэтому скорость поезда в момент его полного выезда из туннеля равна

$$v = v_0 + \frac{12v_0^2}{l} \frac{3}{2} \frac{l}{3v_0} = 7v_0$$

5. Очевидно, показанное на рисунке положение полусферы со стержнем, будет устойчивым, если центр тяжести этого тела будет лежать ниже геометрического центра полусферы. Можно доказать, разбивая полусферу на тонкие пояски одинаковой толщины, параллельные кругу, «стягивающему» полусферу, что масса каждого из них одинакова, и, следовательно, центр тяжести полусферы находится на половине ее радиуса.

Поэтому центр тяжести тела можно найти как центр тяжести двух материальных точек с массой m (m - масса полусферы), находящейся на половине радиуса полусферы и массой $3m$ ($3m$ - масса стержня), находящейся посередине стержня (см. рисунок). Вводя систему координат с началом в центре полусферы, находим, что тело будет в устойчивом равновесии, если



$$m \frac{R}{2} > 3m \left(\frac{l}{2} - R \right)$$

Или

$$l < \frac{3R}{7}$$