



### 5.1.5. Отборочный тур олимпиады «Росатом» по физике в г. Димитровград, Нововоронеж, Волгодонск, 11 класс

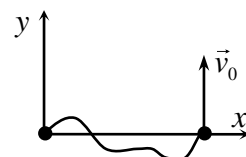
1. Три маленьких шарика, заряженные зарядами  $q$ ,  $q$  и  $2q$ , расположены в вершинах равностороннего треугольника со стороной  $l$ . В центр треугольника помещают точечный заряд  $Q$ . Какая сила на него действует?

2. Чтобы уравновесить неоднородное бревно длиной  $l$  в горизонтальном положении на точечной опоре, находящейся на расстоянии  $l/4$  от его толстого конца, на толстый конец нужно положить груз массой  $m$ . А чтобы уравновесить его на опоре, находящейся на расстоянии  $l/4$  от тонкого конца, на тонкий конец нужно положить груз массой  $8m$ . Найти массу бревна.

3. Толстую металлическую пластину, заряженную зарядом  $5q$    $5q$  расположили параллельно тонкой металлической пластинке,   $q$  заряженной зарядом  $q$  (см. рисунок). Найти заряды верхней и нижней поверхностей толстой металлической пластины. Размеры пластин много больше расстояния между ними.

4. Через стенки бытового холодильника проникает за час количество теплоты  $Q = 400$  кДж. Температура внутри холодильника  $t_0 = 7^\circ \text{C}$ , в комнате  $t_1 = 27^\circ \text{C}$ . Какую минимальную мощность должен потреблять холодильник от сети?

5. Два тела с одинаковыми массами находятся на гладкой горизонтальной поверхности: одно - в начале координат, второе - в точке с координатами  $(l, 0)$  (см. рисунок). Тела связаны нерастяжимой невесомой упругой нитью длиной  $\sqrt{2}l$ .



Второму телу сообщают скорость  $\vec{v}_0$ , направленную перпендикулярно оси  $x$ . Описать движение тел. Найти координаты тел через время  $t = 96l/v_0$  после начала движения.

### Ответы и решения

1. Если бы заряды в вершинах треугольника равнялись бы нулю, то сила, действующая на центральный заряд, также равнялась бы нулю. Поэтому вклад в ненулевую силу дает только часть  $q$  из заряда  $2q$ . Поэтому сила равна

$$F = \frac{kqQ}{(\sqrt{3}a/2)^2} = \frac{4kqQ}{3a^2}$$

2. Очевидно, центр тяжести бревна находится ближе к толстому концу на расстоянии, меньшем, чем  $l/4$  от его середины. Пусть расстояние от середины бревна до центра тяжести равно  $x$ . Тогда условия равновесия бревна в первом и втором случаях дают

$$M \left( \frac{l}{4} - x \right) = m \frac{l}{4}$$


$$M \left( \frac{l}{4} + x \right) = 8m \frac{l}{4}$$

где  $M$  - масса бревна. Деля уравнения друг на друга, получим

$$\frac{l - 4x}{l + 4x} = \frac{1}{8}$$

Отсюда находим  $x = 7l/36$ . Подставляя это значение, например, в первое из уравнений, найдем

$$M = \frac{9}{2}m$$

3. Пусть на верхней и нижней поверхностях металлической   $5q$  пластины индуцированы заряды  $Q_1$  и  $Q_2$  (см. рисунок). Из закона сохранения заряда имеем очевидное условие

$$Q_1 + Q_2 = 5q \quad (1)$$

Напряженность электрического поля внутри металлической пластины равна нулю. С другой стороны поле создается тремя зарядами  $q$ ,  $Q_1$  и  $Q_2$ , расположенными на трех плоских поверхностях. Поэтому

$$\frac{q}{2\varepsilon_0 S} - \frac{Q_1}{2\varepsilon_0 S} + \frac{Q_2}{2\varepsilon_0 S} = 0 \quad (2)$$

где  $S$  - площадь пластин,  $\varepsilon_0$  - электрическая постоянная. Решая систему двух уравнений (1)-(2) относительно неизвестных  $Q_1$  и  $Q_2$ , получим

$$Q_1 = 3q, \quad Q_2 = 2q$$

4. При работе холодильника реализуется процесс, обратный тепловому двигателю: у холодильной камеры забирается количество определенное количество теплоты  $q_1$ , мотор холодильника совершает работу  $A$ , используя энергию электрической сети,

окружающей среде сообщается количество теплоты  $q_2 = A + q_1$ . В обратном процессе тепло передавалось бы от окружающей среды (нагревателя) холодильнику и над мотором холодильника хладагент (фреон) совершал бы работу  $A$ , которая равнялась бы

$$A = \eta q_2 \quad (1)$$

Или

$$A = \frac{\eta q_1}{1 - \eta} \quad (2)$$

где  $\eta$  - коэффициент полезного действия такого двигателя. Поэтому при работе холодильника его мотор должен совершать работу (1) или (2). Из (2) следует, что при фиксированной величине  $q_1$  работа мотора будет минимальной при максимальном кпд двигателя, работающего по обратному циклу. Поскольку максимальным кпд при фиксированных температурах холодильника и нагревателя обладает цикл Карно, то

$$\eta = \frac{T_1 - T_0}{T_1} \quad (3)$$

где  $T_1 = t_1 + 273$  К и  $T_0 = t_0 + 273$  К – абсолютные температуры в комнате и холодильной камере. Поэтому из (2)-(3) находим

$$A = \frac{(T_1 - T_0)q_1}{T_0}$$

А поскольку при устойчивой работе холодильника у холодильной камеры забирается такое же количество теплоты, которое просачивается через стенки, то  $q_1 = Q$ , и для потребляемой из сети мощности получаем

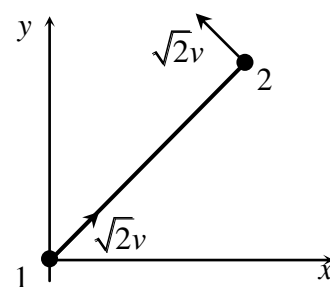
$$P = \frac{(T_1 - T_0)Q}{T_0 \Delta t} = 7,9 \text{ Вт}$$

где  $\Delta t$  - время, за которое в холодильник проникает количество теплоты  $Q$  (1 час).

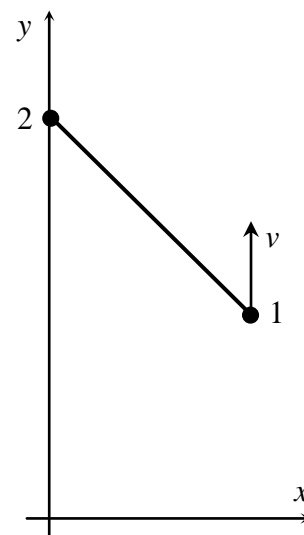
**5.** Пока нить не натянута, она не оказывает никакого влияния на тела (по условию она невесомая и гибкая). Поэтому в течение интервала времени  $\Delta t_1 = l/v$  тело 1 будет покоиться в начале координат, тело 2 двигаться прямолинейно и равномерно. В момент времени  $t = l/v$  после начала движения нить, которая будет расположена под углом  $45^\circ$  к осям, натянется и произойдет взаимодействие тел (в этот момент коор-

динаты тел будут равны  $(0,0)$  - для первого тела,  $(\sqrt{2}l, \sqrt{2}l)$  - для второго). Найдем скорости тел после взаимодействия.

Так как нить гибкая, она может оказывать воздействие на тела только вдоль самой себя. Поэтому в результате взаимодействия тело 1 приобретет скорость, направленную под углом  $45^\circ$  к осям, у второго тела не меняется проекция скорости, перпендикулярная нити (которая равна



$\sqrt{2}v$ ). Очевидно, что составляющая скорости тела 2, направленная вдоль нити, после взаимодействия станет равна нулю, скорость тела 1 будет равна  $\sqrt{2}v$ . Действительно, уравнения закона сохранения импульса (в проекциях на направление нити) и закона сохранения энергии будут такими же, как для центрального упругого столкновения одинаковых шаров, один из которых движется до взаимодействия со скоростью  $\sqrt{2}v$ , второй покоится. Как известно, в результате такого столкновения шары обмениваются скоростями. А это и значит, что после взаимодействия тела будут иметь скорости, показанные на рисунке. После этого нить «сомнется» и перестанет оказывать воздействия на тела вплоть до следующего взаимодействия.



Очевидно, нить снова натянется, через интервал времени  $\Delta t_2 = 2l/v$ , когда первое тело окажется в точке с координатой  $(\sqrt{2}l, \sqrt{2}l)$ , второе -  $(0, 2l)$  (см. рисунок). Аналогично

предыдущему рассмотрению можно доказать, что в результате взаимодействия тело 2 остановится, тело 1 будет двигаться с постоянной скоростью  $\vec{v}$ , направленной вдоль оси  $y$  (см. рисунок). Поэтому через время  $\Delta t_3 = l/v$  после этого тела окажутся в точках -  $(l, 2l)$  тело 1,  $(0, 2l)$  тело 2. В дальнейшем движение будет повторяться.

Из проведенного рассмотрения ясно, что тела будут двигаться вдоль оси  $y$ , меняясь местами, причем чтобы сдвинуться на величину  $2l$  вдоль оси  $y$  им необходимо время

$$\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 = \frac{4l}{v} \quad (1)$$

по истечении которого они поменяются местами. За время  $8l/v$  тела сдвинутся на расстояние  $4l$  вдоль оси  $y$  и будут иметь координаты  $(0,4l)$  тело 1,  $(l,4l)$  тело 2.

Теперь можно ответить на вопрос задачи и найти координаты тел через время  $t = 99l/v$  после начала движения. За время  $96l/v$  тела сдвинутся на расстояние  $48l$  вдоль оси  $y$  и будут иметь следующие координаты:  $(0,48l)$  первое тело,  $(l,48l)$  второе. За оставшееся время тела совершат такие же движения, как от начала до момента  $3l/v$ , т.е. успеют один раз провзаимодействовать, и второе тело попадет в точку с координатами  $(0,50l)$ , первое -  $(l,49l)$ .