

Олимпиада имени профессора И.В. Савельева, осень 2019
8 класс

Вариант № 1

1. Для проведения социологического исследования отобрали группу учеников по принципу: испытуемый должен быть либо веселым, либо рыжим (возможно и то и другое). Оказалось, что 40% весельчаков рыжие, а 60% рыжих – веселые ребята. Какую часть в общей группы испытуемых составляют невеселые рыжие?

2. Целые числа, десятичная запись которых читается слева направо и справа налево одинаково, назовем симметричными. Например, число 51315 симметричное, а 51351 – нет. Сколько существует пятизначных симметричных чисел, прибавление к которым числа 11 оставляет их симметричными?

3. В городе «N» 9 горизонтальных и 15 вертикальных улиц, из которых пара горизонтальных и пара вертикальных улиц формируют прямоугольную границу города, а остальные разбивают его на кварталы, имеющие форму квадратов со стороной 100м. Каждый квартал имеет адрес, состоящий из двух целых чисел $(i; j), i = 1, 2, \dots, 8, j = 1, 2, \dots, 14$ – номеров улиц ограничивающих его снизу и слева. Такси развозит пассажиров из одного квартала в другой, соблюдая следующие правила: 1) посадка и высадка производятся в любой точке границы квартала по желанию пассажира; 2) запрещается заезжать внутрь квартала; 3) подвоз осуществляется по кратчайшему пути; 4) за каждые 100м проезда взимается плата 1 монета (округление расстояния до кратного 100м в пользу водителя). Сколько кварталов в городе? Какую максимальную и минимальную плату за подвоз из квартала (2,3) в квартал (5;12) может запросить водитель у пассажира, не нарушая правила.

4. Сколькими различными способами число 2020 можно представить в виде суммы 13 натуральных слагаемых, отличающихся друг от друга не более, чем на 2?

5. Блоха Кузя может совершить на плоскости прыжок в любом направлении на расстояние ровно 13мм. Ее задача добраться из точки A в точку B на плоскости, расстояние между которыми

2019 см. Какое наименьшее число прыжков она должна при этом совершить?

Вариант № 2

1. На яхте, совершающей морской круиз, собрались люди по следующему принципу: одни богаты, другие счастливые (возможно и то и другое). Оказалось, что 30% богатых счастливы, а 20% счастливых – богаты. Какую часть от общего числа пассажиров яхты составляют богатые с дефицитом счастья?

2. Целые числа, десятичная запись которых читается слева направо и справа налево одинаково, назовем симметричными. Например, число 513315 симметричное, а 513325 – нет. Сколько существует шестизначных симметричных чисел, прибавление к которым числа 110 оставляет их симметричными?

3. В городе «N» 12 горизонтальных и 16 вертикальных улиц, из которых пара горизонтальных и пара вертикальных улиц формируют прямоугольную границу города, а остальные разбивают его на кварталы, имеющие форму квадратов со стороной 100м. Каждый квартал имеет адрес, состоящий из двух целых чисел $(i; j)$, $i = 1, 2, \dots, 11$, $j = 1, 2, \dots, 15$ – номерам улиц, ограничивающих его снизу и слева. Такси развозит пассажиров из одного квартала в другой, соблюдая следующие правила: 1) посадка и высадка производятся в любой точке границы квартала по желанию пассажира; 2) запрещается заезжать внутрь квартала; 3) подвоз осуществляется по кратчайшему пути; 4) за каждые 100м проезда взимается плата 1 монета (округление расстояния до кратного 100м в пользу водителя). Сколько кварталов в городе? Какую максимальную и минимальную плату за подвоз из квартала $(7, 2)$ в квартал $(2; 1)$ может запросить водитель у пассажира, не нарушая правила.

4. Сколькими различными способами число 2021 можно представить в виде суммы 25 натуральных слагаемых, отличающихся друг от друга не более, чем на 2 ?

5. Блоха Кузя может совершить на плоскости прыжок в любом направлении на расстояние ровно 15 мм. Ее задача добраться из точки A в точку B на плоскости, расстояние между которыми 2020 см. Какое наименьшее число прыжков она должна при этом совершить?

Вариант № 3

1. В кондитерской находились либо люди с лишним весом, либо любители сладкого (возможно и то и другое). Оказалось, что 80% людей с излишним весом любят сладкое, а 70% сладкоежек – имеют лишний вес. Какая часть собравшихся любит сладкое, но не страдают лишним весом?

2. Целые числа, десятичная запись которых читается слева направо и справа налево одинаково, назовем симметричными. Например, число 5134315 симметричное, а 5134415 – нет. Сколько существует семизначных симметричных чисел, прибавление к которым числа 1100 оставляет их симметричными?

3. В городе «N» 7 горизонтальных и 13 вертикальных улиц, из которых пара горизонтальных и пара вертикальных улиц формируют прямоугольную границу города, а остальные разбивают его на кварталы, имеющие форму квадратов со стороной 100м. Каждый квартал имеет адрес, состоящий из двух целых чисел $(i; j)$, $i = 1, 2, \dots, 6$, $j = 1, 2, \dots, 12$ – номерам улиц, ограничивающих его снизу и слева. Такси развозит пассажиров из одного квартала в другой, соблюдая следующие правила: 1) посадка и высадка производятся в любой точке границы квартала по желанию пассажира; 2) запрещается заезжать внутрь квартала; 3) подвоз осуществляется по кратчайшему пути; 4) за каждые 100м проезда взимается плата 1 монета (округление расстояния до кратного 100м в пользу водителя). Сколько кварталов в городе? Какую максимальную и минимальную плату за подвоз из квартала $(4, 2)$ в квартал $(1; 9)$ может запросить водитель у пассажира, не нарушая правила.

4. Сколькими различными способами число 2019 можно представить в виде суммы 41 натуральных слагаемых, отличающихся друг от друга не более, чем на 2?

5. Блоха Кузя может совершить на плоскости прыжок в любом направлении на расстояние ровно 17 мм. Ее задача добраться из точки A в точку B на плоскости, расстояние между которыми 1947 см. Какое наименьшее число прыжков она должна совершить при этом?

Вариант № 4

1. В туристическую группу попали либо любители фотографировать, либо люди, умеющие играть на гитаре (возможно и то и другое). Выяснилось, что 10% фотографов умеют играть на гитаре, а 60% владеющих гитарой – фотографы. Какая часть туристической группы играет на гитаре, но не любит фотографировать?

2. Целые числа, десятичная запись которых читается слева направо и справа налево одинаково, назовем симметричными. Например, число 513151315 симметричное, а 513152315 – нет. Сколько существует девятизначных симметричных чисел, прибавление к которым числа 11000 оставляет их симметричными?

3. В городе «N» 10 горизонтальных и 12 вертикальных улиц, из которых пара горизонтальных и пара вертикальных улиц формируют прямоугольную границу города, а остальные разбивают его на кварталы, имеющие форму квадратов со стороной 100м. Каждый квартал имеет адрес, состоящий из двух целых чисел $(i; j)$, $i = 1, 2, \dots, 9$, $j = 1, 2, \dots, 11$ – номерам улиц, ограничивающих его снизу и слева. Такси развозит пассажиров из одного квартала в другой, соблюдая следующие правила: 1) посадка и высадка производятся в любой точке границы квартала по желанию пассажира; 2) запрещается заезжать внутрь квартала; 3) подвоз осуществляется по кратчайшему пути; 4) за каждые 100м проезда взимается плата 1 монета (округление расстояния до кратного 100м в пользу водителя). Сколько кварталов в городе? Какую максимальную и минимальную плату за подвоз из квартала (7,1) в квартал (2;10) может запросить водитель у пассажира, не нарушая правила.

4. Сколькими различными способами число 2024 можно представить в виде суммы 8 натуральных слагаемых, отличающихся друг от друга не более, чем на 2?

5. Блоха Кузя может совершить на плоскости прыжок в любом направлении на расстояние ровно 19 мм. Ее задача добраться из точки A в точку B на плоскости, расстояние между которыми 1812 см. Какое наименьшее число прыжков она должна при этом совершить?