

**Заключительный тур олимпиады «Росатом»,  
8 класс, Москва, Россия, март 2020**

**Вариант № 1**

1. Паша и Даша отправились из дома на велосипедную прогулку. Паша передвигается на велосипеде со скоростью 12 км/ч, Даша – 8 км/ч. Проехав некоторый путь, Паша остановился и пошел пешком, ожидая, что Даша его догонит. Даша догнала Пашу, преодолев путь в два раза больший, чем путь, пройденный Пашей до остановки. С какой скоростью Паша идет пешком?

2. Представить число 2022 в виде суммы кубов четырех целых чисел.

3. Имеются шесть чисел  $ab, a(a+4), a(b+4), b(a+4), b(b+4), (a+4)(b+4)$  для любой пары натуральных  $a$  и  $b, a \neq b$ . Среди них, при некоторых  $a$  и  $b$ , можно обнаружить квадраты целых чисел. При каких  $a$  и  $b$  количество квадратов будет максимально возможное?

4. Сколько существует различных наборов из пяти чисел, в которых каждое число равно произведению двух других чисел из этого набора? Наборы, отличающиеся только порядком следования чисел, считать одинаковыми.

5. Точка  $M$  – середина стороны  $AC$  треугольника  $ABC$ . Точка  $N$  лежит на продолжении стороны  $BA$  за вершину  $A$  так, что  $AN : AB = 1 : 2$ . Точка  $P$  лежит на продолжении стороны  $BC$  за вершину  $C$  так, что  $CP : BC = 1 : 3$ . Найти отношение площадей треугольников  $MNP$  и  $ABC$ .

## Вариант № 2

1. Паша и Даша совершали велосипедную прогулку по шоссе от дома до дачи и прибыли на дачу одновременно. Проехав две трети пути, Паша слез с велосипеда и пошел пешком. Даше также пришлось половину времени идти пешком. Скорость движения пешком Паши и Даши одинаковая и равна  $5$  км/ч. Найти скорость передвижения Даши на велосипеде, если Паша едет на велосипеде со скоростью  $20$  км/ч.

2. Представить число  $1998$  в виде суммы кубов четырех целых чисел.

3. Имеются шесть чисел  $ab, a(a+6), a(b+6), b(a+6), b(b+6), (a+6)(b+6)$  для любой пары натуральных  $a$  и  $b, a \neq b$ . Среди них, при некоторых  $a$  и  $b$ , можно обнаружить квадраты целых чисел. При каких  $a$  и  $b$  количество квадратов будет максимально возможное?

4. Сколько существует различных наборов из шести чисел, в которых каждое число равно произведению двух других чисел из этого набора? Наборы, отличающиеся только порядком следования чисел, считать одинаковыми.

5. Точка  $M$  – середина стороны  $AC$  треугольника  $ABC$ . Точка  $N$  лежит на продолжении стороны  $BA$  за вершину  $A$  так, что  $AN : AB = 2 : 3$ . Точка  $P$  лежит на продолжении стороны  $BC$  за вершину  $C$  так, что  $CP : BC = 1 : 2$ . Найти отношение площадей треугольников  $MNP$  и  $ABC$ .

### Вариант № 3

1. Паша и Даша совершали велосипедную прогулку по шоссе от дома до дачи и прибыли на дачу одновременно. Проехав половину пути, Паша слез с велосипеда и пошел пешком. Даше также пришлось треть времени идти пешком. Скорость движения пешком Паши и Даши одинаковая и равна 4 км/ч. Найти скорость передвижения Даши на велосипеде, если Паша едет на велосипеде со скоростью 20 км/ч.

2. Представить число 1812 в виде суммы кубов четырех целых чисел.

3. Имеются шесть чисел  $a(b+8), b(a+8), ab, a(a+8), b(b+8), (a+8)(b+8)$  для любой пары натуральных  $a$  и  $b, a \neq b$ . Среди них, при некоторых  $a$  и  $b$ , можно обнаружить квадраты целых чисел. При каких  $a$  и  $b$  количество квадратов будет максимально возможное?

4. Сколько существует различных наборов из семи чисел, в которых каждое число равно произведению двух других чисел из этого набора? Наборы, отличающиеся только порядком следования чисел, считать одинаковыми.

5. Точка  $M$  – середина стороны  $AC$  треугольника  $ABC$ . Точка  $N$  лежит на продолжении стороны  $BA$  за вершину  $A$  так, что  $AN : AB = 3 : 4$ . Точка  $P$  лежит на продолжении стороны  $BC$  за вершину  $C$  так, что  $CP : BC = 1 : 3$ . Найти отношение площадей треугольников  $MNP$  и  $ABC$ .

## Вариант № 4

1. Паша и Даша совершали велосипедную прогулку по шоссе от дома до дачи и прибыли на дачу одновременно. Проехав три четверти пути, Паша слез с велосипеда и пошел пешком. Даше также пришлось четверть времени идти пешком. Скорость движения пешком Паши и Даши одинаковая и равна 3 км/ч. Найти скорость передвижения Даши на велосипеде, если Паша едет на велосипеде со скоростью 9 км/ч.

2. Представить число 1944 в виде суммы кубов четырех целых чисел.

3. Имеются шесть чисел  $ab, a(a+10), a(b+10), b(a+10), b(b+10), (a+10)(b+10)$  для любой пары натуральных  $a$  и  $b, a \neq b$ . Среди них, при некоторых  $a$  и  $b$ , можно обнаружить квадраты целых чисел. При каких  $a$  и  $b$  количество квадратов будет максимально возможное?

4. Сколько существует различных наборов из восьми чисел, в которых каждое число равно произведению двух других чисел из этого набора? Наборы, отличающиеся только порядком следования чисел, считать одинаковыми.

5. Точка  $M$  – середина стороны  $AC$  треугольника  $ABC$ . Точка  $N$  лежит на продолжении стороны  $BA$  за вершину  $A$  так, что  $AN : AB = 2 : 5$ . Точка  $P$  лежит на продолжении стороны  $BC$  за вершину  $C$  так, что  $CP : BC = 1 : 2$ . Найти отношение площадей треугольников  $MNP$  и  $ABC$ .