

Олимпиада имени профессора И.В. Савельева, осень 2019
7 класс

Вариант № 1

1. При покупке товара на сумму не менее 2500р магазин предоставляет скидку на последующие покупки в размере 25%. Имея в кармане 3500р, Ваня хотел купить 3 рубашки и один галстук. В магазине рубашки продавались по цене 1200р, галстук – по цене 200р. Сообразив, что денег на покупку не хватает, Ваня все-таки смог купить задуманное. Как он это сделал?

2. Сколько существует различных пар целых чисел $(x; y)$, для которых $3x^2 + 5y^2 = 453$? Найти все такие пары.

3. За девять одинаковых шапочек заплатили 1100 и еще несколько рублей (меньше 100). За тринадцать таких же шапочек заплатили 1500 и еще несколько рублей (меньше 100). Сколько стоит одна шапочка?

4. Петя записал в первый столбик все четырехзначные числа, в записи которых используются цифры от 0 до 5, а во второй – произведения цифр каждого такого числа. Вася сумел в уме вычислить сумму чисел, записанных во втором столбце. Какой результат он получил?

5. Восемь одинаковых кубиков, на гранях которых нарисованы цифры от 1 до 6 так, что сумма цифр на противоположных гранях кубика постоянная и равна 7 (игральные кости), собрали в куб. Какие значения может принимать сумма чисел, нарисованных на всех гранях этого куба.

Вариант № 2

1. При покупке товара на сумму не менее 1500р магазин предоставляет скидку на последующие покупки в размере 26%. Имея в кармане 1800р, Саша хотел купить 5 кг шашлыка и 1 банку томатного соуса. В магазине шашлык продавался по цене 350р за кг, соус – по цене 70р за банку. Сообразив, что денег на покупку не хватает, Саша все-таки смог купить задуманное. Как он это сделал?

2. Сколько существует различных пар целых чисел $(x; y)$, для которых $7x^2 + 5y^2 = 1155$? Найти возможные значения произведения $x \cdot y$.

3. За восемь кг клубники заплатили 1700 и еще несколько рублей (меньше 100). За пятнадцать кг клубники заплатили 3100 и еще несколько рублей (меньше 100). Сколько стоит пять кг клубники?

4. Петя записал в первый столбик все трехзначные числа, в записи которых используются цифры от 0 до 6, а во второй – произведения цифр каждого такого числа. Вася сумел в уме вычислить сумму чисел, записанных во втором столбце. Какой результат он получил?

5. Двадцать семь одинаковых кубиков, на гранях которых нарисованы цифры от 1 до 6 так, что сумма цифр на противоположных гранях кубика постоянная и равна 7 (игральные кости), собрали в куб. Какие значения может принимать сумма чисел, нарисованных на всех гранях этого куба?

Вариант № 3

1. При покупке товара на сумму не менее 1000р магазин предоставляет скидку на последующие покупки в размере 50%. Имея в кармане 1200р, Даша хотела купить 4 кг клубники и 6 кг сахара. В магазине клубника продавалась по цене 300р за кг, сахар – по цене 30р за кг. Сообразив, что денег на покупку не хватает, Даша все-таки смогла купить задуманное. Как она это сделала?

2. Сколько существует различных пар целых чисел $(x; y)$, для которых $4x^2 + 7y^2 = 1600$? Найти все такие пары.

3. За одиннадцать одинаковых мячей заплатили 3600 и еще несколько рублей (меньше 100). За четырнадцать таких же мячей заплатили 4500 и еще несколько рублей (меньше 100). Сколько стоит три мяча?

4. Петя записал в первый столбик все пятизначные числа, в записи которых используются цифры от 0 до 7, а во второй – произведения цифр каждого такого числа. Вася сумел в уме вычислить сумму чисел, записанных во втором столбце. Какой результат он получил?

5. Шестьдесят четыре одинаковых кубиков, на гранях которых нарисованы цифры от 1 до 6 так, что сумма цифр на противоположных гранях кубика постоянная и равна 7 (игральные кости), собрали в куб. Какие значения может принимать сумма чисел, нарисованных на всех гранях этого куба?

Вариант № 4

1. При покупке товара на сумму не менее 900р магазин предоставляет скидку на последующие покупки в размере 25%. Имея в кармане 1200р, Петя хотел купить 3 кг мяса и 1 кг лука. В магазине мясо продавалось по цене 400р за кг, лук – по цене 50р за кг. Сообразив, что денег на покупку не хватает, Петя все-таки смог купить задуманное. Как он это сделал?

2. Сколько существует различных пар целых чисел $(x; y)$, для которых $12x^2 + 7y^2 = 4620$? Найти все такие пары.

3. За девять одинаковых шарфов заплатили 4000 и еще несколько рублей (меньше 100). За одиннадцать таких же шарфов заплатили 4800 и еще несколько рублей (меньше 100). Сколько стоит шесть шарфов?

4. Петя записал в первый столбик все шестизначные числа, в записи которых используются цифры от 0 до 3, а во второй – произведения цифр каждого такого числа. Вася сумел в уме вычислить сумму чисел, записанных во втором столбце. Какой результат он получил?

5. Сто двадцать пять одинаковых кубиков, на гранях которых нарисованы цифры от 1 до 6 так, что сумма цифр на противоположных гранях кубика постоянная и равна 7 (игральные кости), собрали в куб. Какие значения может принимать сумма чисел, нарисованных на всех гранях этого куба?