

Олимпиада имени профессора И.В. Савельева, осень 2018
8 класс

Вариант № 1

1. Решить уравнение $f(f(f(x))) = x$, где $f(x) = 2x - 3$.

2. Петя выбрал четыре цифры: 3, 5, 7 и 8 и только с их помощью записал все возможные трехзначные числа. Например, 335, 777, 875 и т.п. Далее у каждого числа он перемножил цифры, участвующие в его десятичной записи, а затем полученные результаты сложил. Какое число получил Петя?

3. В строке записаны один за другим целые числа, начиная с 2, причем каждое последующее число, кроме первого, является суммой двух соседних с ним чисел. Сумма первых 999 чисел равна 6. Какое число стоит в строке на 275-ом месте?

4. Взаимно простые целые числа $(x; y)$, являются координатами точки на параболе $y = x^2 + 2x + 6$. Сколько таких точек лежит на параболе с абсциссами $x \in [1204; 1789]$?

5. Петя нарисовал на плоскости восемь параллельных прямых и пересек их семейством из семи параллельных между прямыми. Посмотрев внимательно на рисунок, он стал пересчитывать образованные этими прямыми параллелограммы. Сколько параллелограммов мог обнаружить Петя?

Вариант № 2

1. Решить уравнение $f(f(f(x))) = 2(x-1)$, где $f(x) = 3x - 4$.
2. Маша выбрала пять цифр: 2, 3, 5, 8 и 9 и только с их помощью записала все возможные четырехзначные числа. Например, 2358, 8888, 9235 и т.п. Далее у каждого числа она перемножила цифры, участвующие в его десятичной записи, а затем полученные результаты сложила. Какое число получила Маша?
3. В строке записаны один за другим целые числа, начиная с 3, причем каждое последующее число, кроме первого, является суммой двух соседних с ним чисел. На 1947-ом месте оказалось число равное 7.
4. Целые числа $(x; y)$, для которых $\text{НОД}(x, y) = 2$, являются координатами точки на параболе $y = 2x^2 + 3x + 8$. Сколько таких точек лежит на параболе с абсциссами $x \in [476; 1991]$?
5. Саша нарисовала на плоскости шесть параллельных прямых и пересекла их семейством из пяти параллельных прямых. Посмотрев внимательно на рисунок, она стала пересчитывать образованные этими прямыми параллелограммы. Сколько параллелограммов могла обнаружить Саша?

Вариант № 3

1. Решить уравнение $f(f(f(x))) = 2 - 3x$, где $f(x) = 2x + 5$.
2. Егор выбрал три цифры: 1, 3 и 5 и только с их помощью записал все возможные пятизначные числа. Например, 33511, 11111, 53131 и т.п. Далее у каждого числа он перемножил цифры, участвующие в его десятичной записи, а затем полученные результаты сложил. Какое число получил Егор?
3. В строке записаны один за другим целые числа, начиная с 4, причем каждое последующее число, кроме первого, является суммой двух соседних с ним чисел. Сумма первых 723 чисел равна 14. Какое число стоит в строке на 159-ом месте?
4. Целые числа $(x; y)$, для которых $\text{НОД}(x, y) = 3$, являются координатами точки на параболе $y = 4x^2 + x + 9$. Сколько таких точек лежит на параболе с абсциссами $x \in [1495; 1880]$?
5. Даня нарисовал на плоскости девять параллельных прямых и пересек их семейством из четырех параллельных прямых. Посмотрев внимательно на рисунок, он стал пересчитывать образованные этими прямыми параллелограммы. Сколько параллелограммов мог обнаружить Даня?

Вариант № 4

1. Решить уравнение $f(f(f(x))) = -34x$, где $f(x) = 2 - 3x$.
2. Даша выбрала четыре цифры: 2, 3, 4 и 5 и только с их помощью записала все возможные трехзначные числа. Например, 234, 222, 533 и т.п. Далее у каждого числа она перемножила цифры, участвующие в его десятичной записи, а затем полученные результаты сложила. Какое число получила Даша?
3. В строке записаны один за другим целые числа, начиная с 5, причем каждое последующее число, кроме первого, является суммой двух соседних с ним чисел. На 623-ем месте оказалось число равное 6. Найти сумму первых 429 чисел.
4. Целые числа $(x; y)$, для которых $\text{НОД}(x, y) = 4$, являются координатами точки на параболе $y = 3x^2 + 7x + 8$. Сколько таких точек лежит на параболе с абсциссами $x \in [1799; 2000]$?
5. Маша нарисовала на плоскости десять параллельных прямых и пересекла их семейством из шести параллельных прямых. Посмотрев внимательно на рисунок, она стала пересчитывать образованные этими прямыми параллелограммы. Сколько параллелограммов могла обнаружить Маша?