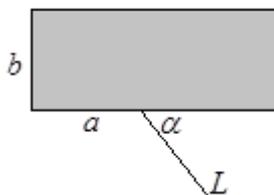


Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
Заключительный тур отраслевой физико-математической олимпиады  
школьников «Росатом», математика,

8 класс.

Вариант № 1

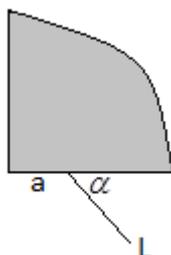
1. В доме 80 комнат, объединенных в 45 квартирах: однокомнатных, двухкомнатных и трехкомнатных. Число двухкомнатных квартир не менее, чем на 50% превышает число трехкомнатных, а количество однокомнатных больше двухкомнатных не менее, чем на 30%. Сколько двухкомнатных квартир в доме?
2. Саша, Маша и Даша ели конфеты. Саша вместе с Машей съели бы все конфеты в два раза быстрее, чем смогла бы это сделать Даша в одиночку. За то Маша вместе с Дашей смогли бы съесть конфеты в три раза быстрее, чем сделала бы это Саша одна. Во сколько раз быстрее съели бы они конфеты всей компанией, чем могла бы это сделать одна Даша?
3. Сколько существует различных пар целых чисел  $x, y$ , являющихся делителями числа 540, для которых  $\text{НОД}(x, y) = 2$ ? Пары  $(x; y)$  и  $(y; x)$  считать одной парой.
4. Длины оснований трапеции равны 108 и 72. Трапеция разрезается на равные треугольники прямыми, параллельными его сторонам. Длина хотя бы одной стороны треугольника – целое число. Найти наименьшее возможное число таких треугольников.
5. На пути луча  $L$  на плоскости возникло препятствие в форме прямоугольника (рис). С помощью циркуля и линейки без делений необходимо достроить воображаемый путь луча вне препятствия (после того, как луч прошел бы сквозь препятствие, не изменив направления). Разрешается производить построения только вне препятствия или на его границе. Все необходимые для этого размеры  $a, b$  и угол  $\alpha$  – известны.



Вариант № 2

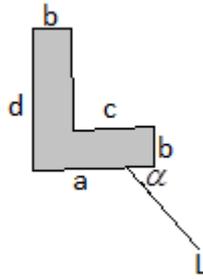
1. В доме 100 комнат, объединенных в 60 квартирах: однокомнатных, двухкомнатных и трехкомнатных. Число двухкомнатных квартир не менее, чем в 2 раза превышает число трехкомнатных, а количество однокомнатных больше двухкомнатных не менее, чем на 50%. Сколько однокомнатных квартир в доме?
2. Миша, Гоша и Алеша пили минералку. Миша вместе с Гошей выпили всю воду в четыре раза быстрее, чем смог бы это сделать Алеша в одиночку. За то Алеша вместе с Гошей могут выпить воду в три раза быстрее, чем бы это может сделать Миша один. Во сколько раз Миша пьет воду быстрее, чем это делает Алеша?

3. Сколько существует различных пар целых чисел  $x, y$ , являющихся делителями числа 55125, для которых  $\text{НОД}(x, y) = 15$ ? Пары  $(x; y)$  и  $(y; x)$  считать одной парой.
4. Длины оснований трапеции равны 135 и 75. Трапеция разрезается на равные треугольники, длина хотя бы одной стороны треугольника – целое число. Найти наименьшее возможное число таких треугольников.
5. На пути луча  $L$  на плоскости возникло препятствие в форме фигуры, изображенной на рис (прямой угол). С помощью циркуля и линейки без делений необходимо достроить воображаемый путь луча вне препятствия (после того, как луч прошел бы сквозь препятствие, не изменив направления). Разрешается производить построения только вне препятствия или на его границе. Все необходимые для этого размеры:  $a$  и угол  $\alpha$  – известны.



Вариант № 3

1. В доме 145 комнат, объединенных в 85 квартир: однокомнатных, двухкомнатных и трехкомнатных. Число двухкомнатных квартир не менее, чем в два раза превышает число трехкомнатных, а количество однокомнатных больше двухкомнатных не менее, чем на 30%. Сколько однокомнатных и двухкомнатных квартир в доме?
2. Костя, Коля и Максим решили вскопать огород. Коля вместе с Костей могут вскопать огород в три раза быстрее, чем смог бы это сделать Максим в одиночку. За то Максим вместе с Костей могут вскопать огород в четыре раза быстрее, чем бы это может сделать Коля один. Во сколько раз быстрее можно вскопать огород всей компанией, чем это могут сделать вместе Максим и Коля?
3. Сколько существует различных пар целых чисел  $x, y$ , являющихся делителями числа 6174, для которых  $\text{НОД}(x, y) = 21$ ? Пары  $(x; y)$  и  $(y; x)$  считать одной парой.
4. Длины оснований трапеции равны 196 и 56. Трапеция разрезается на равные треугольники, длина хотя бы одной стороны треугольника – целое число. Найти наименьшее возможное число таких треугольников.
5. На пути луча  $L$  на плоскости возникло препятствие в форме фигуры, изображенной на рис (балка). С помощью циркуля и линейки без делений необходимо достроить воображаемый путь луча вне препятствия (после того, как луч прошел бы сквозь препятствие, не изменив направления). Разрешается производить построения только вне препятствия или на его границе. Все необходимые для этого размеры:  $a, b, c, d$  и угол  $\alpha$  – известны.



#### Вариант № 4

1. В доме 155 комнат, объединенных в 95 квартир: однокомнатных, двухкомнатных и трехкомнатных. Число двухкомнатных квартир не менее, чем в два раза превышает число трехкомнатных, а количество однокомнатных больше двухкомнатных не менее, чем на 60%. Сколько однокомнатных, двухкомнатных и трехкомнатных квартир в доме?
2. Аня, Надя и Алена занялись уборкой квартиры. Надя вместе с Аленой могут произвести уборку в полтора раза быстрее, чем смогла бы это сделать Аня в одиночку. За то Аня вместе с Аленой могут убрать квартиру в два раза быстрее, чем бы это может сделать Надя одна. Кто из девочек может убрать квартиру в одиночку быстрее, чем другие и во сколько раз?
3. Сколько существует различных пар целых чисел  $x, y$ , являющихся делителями числа 81000, для которых  $\text{НОД}(x, y) = 10$ ? Пары  $(x; y)$  и  $(y; x)$  считать одной парой.
4. Длины оснований трапеции равны 350 и 245. Трапеция разрезается на равные треугольники, длина хотя бы одной стороны треугольника – целое число. Найти наименьшее возможное число таких треугольников.
5. На пути луча  $L$  на плоскости возникло препятствие в форме фигуры, изображенной на рис (острый угол). С помощью циркуля и линейки без делений необходимо достроить воображаемый путь луча вне препятствия (после того, как луч прошел бы сквозь препятствие, не изменив направления). Разрешается производить построения только вне препятствия или на его границе.

Все необходимые для этого размеры  $a$ , углы  $\alpha$  и  $\beta$  – известны.

