

**Задания очного отборочного тура**  
**Отраслевой физико-математической олимпиады школьников «Росатом»**  
**Математика, 10 класс**  
**2017 г.**

**1 Вариант**

**Максимальный балл за каждую задачу – 2 балла.**

1. Арифметическая прогрессия  $a_n$  такова, что ее разность не равна нулю, а  $a_{10}, a_{13}$  и  $a_{19}$  являются последовательными членами некоторой геометрической прогрессии. Найти отношение  $a_{12} : a_{18}$ .

2. Сколько решений имеет уравнение  $[2x - x^2] + 2\{\cos 2\pi x\} = 0$ ? Укажите наименьшее и наибольшее их них. Здесь  $[a]$  – целая часть числа  $a$  – наибольшее целое число не превосходящее  $a$ ,  $\{a\} = a - [a]$  – дробная часть числа  $a$ .

3. При каких  $a$  система  $\begin{cases} x \cos a + y \sin a = 5 \cos a + 2 \sin a \\ 3x - 2y = 7, & 9 - 3x - 4y = 1 \end{cases}$  имеет единственное решение?

4. При каком наименьшем целом  $n$  все решения уравнения  $x^3 - (5n - 9)x^2 + (6n^2 - 31n - 106)x - 6(n - 8)(n + 2) = 0$  больше  $-1$ ?

5. Средняя линия трапеции равна 4. Прямая, параллельная основаниям трапеции и делящая ее площадь пополам, пересекает боковые стороны в точках  $M$  и  $N$ . Найти наименьшую возможную длину отрезка  $MN$ .