

2.11. Задания отборочного этапа олимпиады «Росатом», 10 класс

Задания

1. Приведенные многочлены $p_1(x)$ и $p_2(x)$ степени 2 и 3 таковы, что многочлен $p(x) = p_1(x) + p_2(x)$ имеет три корня $x_1 = -1$, $x_2 = 2$, $x_3 = -3$. Известно, что все корни многочлена $p_1(x)$ являются корнями многочлена $p_2(x)$. Найти многочлен произведения $p_1(x) \cdot p_2(x)$.
2. На числовой оси расположено множество целых, трехзначных, положительных чисел a , у которых сумма цифр в их записи равна 16. Найти наибольшее и наименьшее расстояние между двумя числами из этого множества.
3. Вычислить значение выражения $\sin \frac{b\pi}{36}$, где b - сумма всех различных чисел, полученных из числа $a = 987654321$ путем циклических перестановок его цифр (при циклической перестановке все цифры числа, кроме последней, сдвигаются на разряд вправо, а последняя - перемещается на первое место).
4. Обозначим через r_n - остаток от деления n на 3. Найти последовательность чисел x_n , являющихся корнями уравнения $(n+1)x^{r_n} - n(n+2)x^{r_{n+1}} + n^2x^{r_{n+2}} = 0$ для любого натурального n , а ее предел равен 1.
5. Окружности K_1 и K_2 с центрами в точках O_1 и O_2 одинакового радиуса r касаются внутренним образом окружности K радиуса R с центром в точке O . Угол O_1OO_2 равен 120° . Найти радиус q окружности, касающейся K_1 и K_2 внешним образом и окружности K - внутренним.