

## 2.6. Заключительный тур олимпиады «Росатом», 9 класс

1. (2 балла) В летнем лагере в первую смену отдыхали 57 школьников. Из них 27 увлекались чтением книг, 25 – ловлей рыбы, 26 – собирали грибы. При этом 9 ребят совмещали хождение в лес с чтением книг, а 8 – рыбалку со сбором грибов. Сколько ребят читали книги, ходили на рыбалку, но не собирали грибы? Найти максимальное возможное при этих условиях количество ребят, которые собирали грибы, но не читали книг и не ловили рыбу, если каждый школьник либо читал книги, либо ходил на рыбалку или в лес.
2. (2 балла) При каких  $a$  уравнение  $P(x^2) = P(x)$ , где  $P(x) = ax^2 - 3x + 5$  имеет ровно три различных решения?
3. (2 балла) Найти целые, положительные числа  $x$  и  $y$ , для которых  $x + y = 12$  и  $x \cdot \text{НОД}(x, y) = \text{НОК}(x, y)$ .
4. (2 балла) Найти наименьшее возможное значение выражения  $x_1^2 + x_2^2$ , где  $x_1$  и  $x_2$  - действительные корни уравнения  $4x^2 + 4(a+2)x + 6a + 7 = 0$ .
5. (2 балла) Точка  $M$  расположена на стороне  $CD$  прямоугольника  $ABCD$  так, что  $CM : MD = 1 : 2$ . На отрезке  $AM$  выбрана точка  $N$  так, что  $AN : NM = 3 : 1$ . Прямая  $DN$  пересекает отрезок  $MB$  в точке  $P$ . Найти отношение  $MP : PB$ .