2.15. Отборочный тур олимпиады «Росатом», 8 класс

1. На даче у Пети 9 больших клеток, в которых содержится 35 кроликов. Однажды Петя задумался над тем, можно ли разместить кроликов по клеткам так, что в каждой клетке оказалось различное число животных. Сможет ли Петя осуществить такой проект? Какое минимальное количество кроликов должен иметь Петя, чтобы его план мог быть реализован? Предложите способ размещения 100 кроликов по 9 клеткам, при котором в каждой клетке содержится различное количество животных. Ответ обосновать.

2. Положительные целые числа $(x; y)$, удовлетворяющие условию $xy+3x-5y+3=0$, являются координатами вершин многоугольника на плоскости. Найти его площадь.

3. Для $n=5$ найти 1) наибольшее и наименьшее значения выражения $A=n\pm(n-1)\pm(n-2)\pm\ldots\pm3\pm2\pm1$, где знаки $+$ или $-$ расставлены произвольными; 2) наименьшее значение $|A|$.

4. Доказать, что уравнение $x^2-3x+a=0$ не может иметь рационального решения, если a - нечетное число.

5. Отношение длин параллельных сторон BC и AD трапеции $ABCD$ равно $1:3$. Диагонали BD и AC пересекаются в точке O. Найти отношение площадей треугольника AOD и трапеции.