

5.2.5. Задание заключительного тура олимпиады «Росатом» в гг. Курск, Курчатова, Новоуральск, 11 класс

1. Прямая $y = ax + b$ пересекает квадрат: $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$. Изобразить на координатной плоскости область D точек с координатами $(a; b)$. Найти площадь части области D , ограниченной полосой: $|a| \leq 1$.

2. Найти наименьшее решение уравнения $\sin x \cdot \operatorname{tg} 2x + \sqrt{3}(\sin x - \sqrt{3} \operatorname{tg} 2x) = 3\sqrt{3}$, удовлетворяющее неравенству $2 + \log_{0,5} x \leq 0$.

3. Числа $x + y - z$, $x - y + z$ и $2x - y + 3z$ являются корнями кубического уравнения $t^3 - 11t^2 + 18t = 0$. Найти возможные при этих условиях целые значения x, y и z .

4. Количество электроэнергии, потребляемое электровозом, пропорционально квадрату его скорости. При скорости 70 км/час он потребляет 1000 квт. за один час. Обслуживание электропоезда, без учета затрат на электроэнергию, составляет 1000 р. за час пути. Стоимость 1 квт. составляет 4 р. Электровоз совершает перегон с постоянной скоростью. С какой скоростью должен двигаться электровоз, чтобы затраты на километр пути были минимальными?

5. При каких значениях a система $\begin{cases} y - |x - 5| = 2 \\ ax - y + 3 = 0 \end{cases}$ имеет единственное решение, для которого $2a + |x - 4| \leq 2$?

6. Две окружности имеют центры в одной точке и радиусы 5 и 2. Найти длину стороны правильного треугольника ABC , вершина A которого лежит на одной окружности, а сторона BC является хордой другой окружности.