

5.1.4. Отборочный тур олимпиады «Росатом» в г. Смоленск, Обнинск, Калининград, 11 класс

1. При каких x числа $A = \frac{x+1}{4-x}$, $B = \frac{2x}{2x+1}$ и $C = \frac{x-1}{x-2}$ удовлетворяют условию

$$A > B > C?$$

2. Для всех целых n решить систему:
$$\begin{cases} \sin^2 x + \sin^2 y = n + 1, \\ x + y = \frac{\pi}{3} \end{cases} .$$

3. Четыре различных целых числа являются последовательными членами арифметической прогрессии. Найти эти числа, если наибольшее из них в пять раз меньше суммы квадратов остальных.

4. Числа x и y - целые, положительные. В результате сложения произведения xy , частного x/y , суммы $x+y$ и разности $x-y$ получено число 432. Найти эти числа.

5. Найти наибольшее целое n , при котором система
$$\begin{cases} 2x^3 + 2y^3 = 9ny, \\ 3x^2y = 2n(x+y) \end{cases}$$
 имеет

ненулевое решение в круге $x^2 + y^2 \leq 16$.

6. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ известно, что 1) длины сторон BC и CD равны 3 и 4 соответственно; 2) угол при вершине A равен 90° . Найти наибольшее возможное при этих условиях значение площади четырехугольника.