

5.2.4. Задание заключительного тура олимпиады «Росатом» в гг. Железногорск, Зеленогорск, Северск, 11 класс

1. Пятый и седьмой члены возрастающей арифметической прогрессии $\{x_n\}$ являются решениями уравнения: $\frac{\log_5 2}{\log_5 2 + 1} + \lg(x^2 + 3x + 5) = \lg(x^2 + 11x + 6)$.

Сумма n членов прогрессии, начиная с x_4 , равна 93. Найти n .

2. Найти наименьшее значение функции $y = \frac{2}{x} + \frac{x}{8}$ на множестве положительных решений уравнения $\sin 2x + \sin 5x = \sin 4x + \sin 7x$.

3. Найти целые положительные числа x и y , для которых $12x + y = (x + 3y)^2$.

4. В каком отношении надо разделить кусок веревки, чтобы первый мог иметь длину стороны правильного треугольника, а второй – длину стороны правильного восьмиугольника, вписанных в одну окружность? Найти радиус этой окружности, если длина веревки равна L .

5. Для всех значений a найти решения уравнения: $\sin 2x \cdot \sin 6x = a$.

Сколько решений имеет уравнение на отрезке $[0; \pi]$ при $a = -0,5$?

6. Высота CH , опущенная из вершины прямого угла треугольника ABC , разбивает его на два треугольника BCH и ACH . Радиусы окружностей, вписанных в треугольники BCH и ACH , равны 4 и 3 соответственно. Найти длину катета BC .