

5.2.3. Задание заключительного тура олимпиады «Росатом» в гг. Димитровград, Самара (СГАУ), Балаково, Рязань, Санкт-Петербург, Саров, Снежинск, Озерск, Лесной, 11 класс

1. Найти числа x , удовлетворяющие неравенству $8yx^2 + 8(y-3)x - 5y - 20 \geq 0$ хотя бы для одного y - решения уравнения $2|y-2| + y = 8$.
2. Обозначим через X - множество решений уравнения $4(\sin x - \sqrt{3} \cos x) = \operatorname{tg} x - 3 \operatorname{ctg} x$.
Найти $x \in X$, для которого величина $3x^2 + 2x - 5$ принимает наименьшее значение.
3. При каких a и b уравнение $3x^3 + 2ax^2 + bx - c = 0$ имеет единственное решение, если $7a^3 + 4ab - 8c = 0$?
4. При каких целых n число $17^{3n+5} + 2$ делится на 5 без остатка?
5. При каких допустимых значениях a уравнение $\sqrt{a - \sqrt{a+x}} = x$ имеет решение?
Найти эти решения.
6. Отрезки AB и CD , длиной 3 и 4 соответственно, являются хордами окружности радиуса 5. На них расположены точки M и N так, что $AM:MB = 1:2$, $CN:ND = 1:3$.
Найти наименьшую и наибольшую возможную при этих условиях длину отрезка MN .