

Ответы и решения

Задача 1 Ответ: $x \in (-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$

Задача 2 Ответ: 1) $x = -\frac{\pi}{3}$

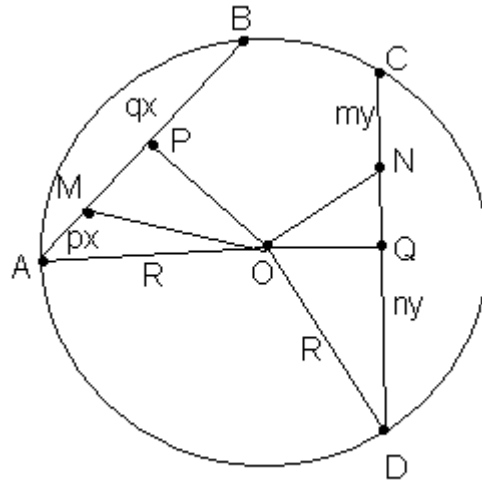
Задача 3 Ответ: 1) a – любое, $b > -\frac{35}{48}a^2$, $x = \frac{a}{2}$ 2) $a = b = 0$ $x = 0$

Задача 4 Ответ: $n = 4t + 2, t = 0, 1, 2, \dots$
 $n = 4t, t = 0, -1, -2, \dots$

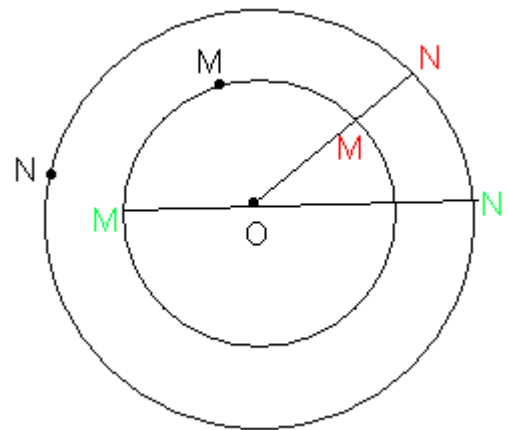
Задача 5 Ответ: При $a \geq 1$ $x = \frac{\sqrt{4a-3}-1}{2}$, при $a = 0$ $x = 0$

Задача 6 $d_{\min} = \sqrt{23} - \sqrt{22}$ $d_{\max} = \sqrt{23} + \sqrt{22}$

Решение.



Длина отрезков $AB = a$, $CD = b$, $AM : MB = p : q$, $CN : ND = m : n$. Точки P, Q – середины отрезков AB и AC .



$$CN = \frac{bm}{m+n}, \quad NQ = \frac{b}{2} - \frac{bm}{m+n} = \frac{b(n-m)}{2(m+n)};$$

$$ON^2 = NQ^2 + OQ^2 = NQ^2 + R^2 - \frac{b^2}{4} = R^2 - \frac{mn}{(m+n)^2} b^2$$

Аналогично, $OM^2 = R^2 - \frac{pq}{(p+q)^2} a^2$

Таким образом, точки M и N лежат на окружностях с центром в точке O с радиусами

$$r_1 = \sqrt{R^2 - \frac{pq}{(p+q)^2} a^2} \quad \text{и} \quad r_2 = \sqrt{R^2 - \frac{mn}{(m+n)^2} b^2}$$

Минимальное расстояние между точками M и N равно $|r_1 - r_2|$, а максимальное - $r_1 + r_2$.