

**Второй (заключительный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету
«Информатика», весна 2017 г.**

Вариант № 5

Задача 1 (8 баллов). Существует ли система счисления, в которой $4 + 5 = 10$ и $4 * 5 = 24$ и $39 + 29 = 70$?

Задача 2 (8 баллов). Некто N жил в XIX в. Суммы цифр года его рождения и смерти одинаковы. Число прожитых им лет начинается цифрой 8. Определить год рождения N .

Задача 3 (8 баллов). На какое наибольшее число частей могут разделить плоскость 15 прямых?

Задача 4 (8 баллов). Упростить логическую функцию $A(A \rightarrow B)(A \leftrightarrow \neg(CB))$. Упрощенный вид должен содержать не более 3-х логических операций.

Задача 5 (8 баллов). В шахматном турнире участвовали два ученика седьмого класса и несколько учеников восьмого класса. Два семиклассника набрали **8** очков, а каждый из восьмиклассников набрал одно и то же количество очков. Сколько восьмиклассников участвовало в турнире? Найти все решения, зная, что каждый с каждым играл один раз.

Задача 6 (8 баллов). Замените инфиксное выражение $(a^2+b)(c+d^2)$, где \wedge - знак операции возведения в степень, префиксным.

Задача 7 (12 баллов). Решить рекуррентную функцию, т. е. найти формулу для n -ого члена ряда чисел $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$, если $a_1 = 0, a_2 = -4$ и зная соответствующее количество первых членов последовательности $a_{n+2} - 4 \cdot a_{n+1} + 4 \cdot a_n = 0$.

Задача 8 (12 баллов). Учитель предложил трем ученикам перемножить два числа. После умножения множимого на отдельные цифры множителя один из учеников при сложении частных произведений забыл удержать в уме одну единицу некоторого разряда. Разделив при проверке результат на множитель, он получил в частном 971, а в остатке 214. Второй ученик в указанном разряде не сделал ошибки, но при сложении цифр следующего разряда забыл прибавить двойку. Делая проверку таким же образом, как первый, он получил в частном 365, а в остатке 198. Третий сделал подобную же ошибку на единицу в следующем высшем разряде и получил при проверке в частном 940, а в остатке 48. Определить данные для умножения числа и указать, в каких местах были сделаны ошибки.

Задача 9 (12 баллов). Определите, что будет напечатано в результате выполнения следующей программы:

Pascal	C
<pre>var a: byte=54; b: byte=108; begin writeln(byte(not(byte(b shl 1) and byte(b shr 1))) and (byte((a or b) shr 1) or byte((a and b) shl 1))); end.</pre>	<pre>typedef unsigned char byte; int main() { byte a=54, b=108; printf("%d\n", (byte)(~((byte)(b << 1) & (byte)(b >> 1))) & ((byte)((a b) >> 1) (byte)((a & b) << 1))); return 0; }</pre>

Задача 10 (16 баллов). Постройте матрицу **D** после выполнения следующей программы и вычислите сумму элементов строго ниже побочной диагонали:

Pascal	C
<pre>const n=5; var D: array[0..n-1,0..n-1] of integer; var i, j, k, l: integer; begin k:=0; l:=0; for i:=0 to n-1 do for j:=0 to n-1 do if ((i+j) mod 2 <> 0) then begin k:=k-1; D[i,j]:=k; end else begin l:=l+1; D[i,j]:=l; end; for k:=0 to 1 do for j:=0 to n-1 do for i:=0 to n-1 do D[i,j]:=min(D[i,j], D[i,k]+D[k,j]); end.</pre>	<pre>#define MIN(X,Y) ((X) < (Y) ? (X) : (Y)) const int n=5; int D[n][n]; int main() { int i, j, k=0, l=0; for (i=0; i<n; i++) for (j=0; j<n; j++) if ((i+j) % 2 != 0) D[i][j]=--k; else D[i][j]=++l; for (k=0; k<2; k++) for (j=0; j<n; j++) for (i=0; i<n; i++) D[i][j]=MIN(D[i][j], D[i][k]+D[k][j]); return 0; }</pre>

**Второй (заключительный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету
«Информатика», весна 2017 г.**

Вариант № 6

Задача 1 (8 баллов). Перевести число 123,0703125 из десятичной системы счисления в четверичную систему счисления.

Задача 2 (8 баллов). Некто N жил в XIX в. В 1901 г. суммы цифр числа лет, прожитых им, равнялась сумме цифр года его рождения. В каком году родился N?

Задача 3 (8 баллов). На сколько частей можно разделить поверхность шара плоскостями, проходящими через его центр, при условии, что никакие три плоскости не проходят через один и тот же диаметр?

Задача 4 (8 баллов). Упростить логическую функцию $(A \rightarrow (B + C)) \leftrightarrow ((A \rightarrow B) + \neg(A \rightarrow C))$. Упрощенный вид должен содержать не более 2^x логических операций.

Задача 5 (8 баллов). В шахматном турнире участвовали ученики девятых и десятых классов. Десятиклассников было в 10 раз больше, чем девятиклассников, и они набрали вместе в 4.5 раза больше очков, чем все девятиклассники. Сколько очков набрали девятиклассники, если каждый с каждым играл один раз.

Задача 6 (8 баллов). Замените инфиксное выражение $(a^2+b^3)^4$, где \wedge - знак операции возведения в степень, префиксным.

Задача 7 (12 баллов). Решить рекуррентную функцию, т. е. найти формулу для n-ого члена ряда чисел $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$, если $a_1 = 2, a_2 = 8$ и зная соответствующее количество первых членов последовательности $a_{n+2} - 4 \cdot a_{n+1} - 4 \cdot a_n = 0$.

Задача 8 (12 баллов). Знаменатель дроби меньше квадрата ее числителя на единицу; если к числителю и знаменателю прибавить по 2, то значение дроби будет больше $1/4$; если от числителя и знаменателя отнять по 3, то значение дроби будет меньше $1/10$. Найти эту дробь.

Задача 9 (12 баллов). Определите, что будет напечатано в результате выполнения следующей программы:

Pascal	C
<pre>var a: byte=22; b: byte=220; begin writeln(byte(not(byte(b shl 1) and byte(b shr 1))) and (byte((a or b) shr 1) or byte((a and b) shl 1))); end.</pre>	<pre>typedef unsigned char byte; int main() { byte a=22, b=220; printf("%d\n", (byte)(~((byte)(b << 1) & (byte)(b >> 1))) & ((byte)((a b) >> 1) (byte)((a & b) << 1))); return 0; }</pre>

Задача 10 (16 баллов). Постройте матрицу D после выполнения следующей программы и выпишите элементы ее главной диагонали:

Pascal	C
<pre>const n=5; var D: array[0..n-1,0..n-1] of integer; var i, j, k, l: integer; begin k:=0; l:=0; for i:=0 to n-1 do for j:=0 to n-1 do if ((i+j) mod 2 = 0) then begin k:=k+1; D[i,j]:=k; end else begin l:=l-1; D[i,j]:=l; end; for k:=0 to 1 do for i:=0 to n-1 do for j:=0 to n-1 do D[i,j]:=min(D[i,j], D[i,k]+D[k,j]); end.</pre>	<pre>#define MIN(X,Y) ((X) < (Y) ? (X) : (Y)) const int n=5; int D[n][n]; int main() { int i, j, k=0, l=0; for (i=0; i<n; i++) for (j=0; j<n; j++) if ((i+j) % 2 == 0) D[i][j]=++k; else D[i][j]=--l; for (k=0; k<2; k++) for (i=0; i<n; i++) for (j=0; j<n; j++) D[i][j]=MIN(D[i][j], D[i][k]+D[k][j]); return 0; }</pre>

**Второй (заключительный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету
«Информатика», весна 2017 г.**

Вариант № 8

Задача 1 (8 баллов). Число **357,45**, заданное в десятичной системе счисления, перевели в восьмеричную систему счисления. Найти **1997**-ю цифру после запятой.

Задача 2 (8 баллов). Найти два целых положительных числа, зная, что их разность равна **66**, а их наименьшее общее кратное равно **360**.

Задача 3 (8 баллов). На какое наибольшее число частей могут разделить плоскость **15** прямых?

Задача 4 (8 баллов). Упростить логическую функцию $(C \rightarrow (A \leftrightarrow \neg B + C)) \rightarrow (A \neg C + \neg B \leftrightarrow A \neg BC)$. Упрощенный вид должен содержать не более 3-х логических операций.

Задача 5 (8 баллов). Ученик должен перемножить два трехзначных числа и полученное произведение разделить на пятизначное число. Но он не заметил знака умножения и принял оба рядом стоящие числа за одно шестизначное. Поэтому полученное частное оказалось в три раза больше истинного. Определить все три числа

Задача 6 (8 баллов). Замените префиксное выражение $a^2 + b^2 + c^2$, где \wedge - знак операции возведения в степень, инфиксным. В искомом результате допустимы лишние круглые скобки, которые не являются ошибкой.

Задача 7 (12 баллов). Решить рекуррентную функцию, т. е. найти формулу для n -ого члена ряда чисел $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$, если $a_1 = -1, a_2 = 1$ и каждое a_n , начиная с a_3 , есть $a_n = -2 \cdot a_{n-1} - a_{n-2}$.

Задача 8 (12 баллов). Некоторое количество денег было разложено на n кучек. После этого из первой кучи переложили во вторую $1/n$ -ю часть бывших в первой кучке денег. Затем из второй кучки $1/n$ -ю часть оказавшихся в ней после перекладывания денег переложили в третью кучку. Далее $1/n$ -ю часть денег, получившихся после этого в третьей кучке, переложили в четвертую и т. д. Наконец, из n -ой кучки $1/n$ -ю часть оказавшихся в ней после предшествующего перекладывания денег переложили в первую кучку. После этого в каждой кучке стало A руб. Сколько денег в каждой кучке было до перекладывания (рассмотреть случай $n=5$)?

Задача 9 (12 баллов). Определите, что будет напечатано в результате выполнения следующей программы:

Pascal	C
<pre>var a: byte=217; b: byte=101; begin writeln(byte(not(byte(b shl 1) and byte(b shr 1))) and (byte((a or b) shr 1) or byte((a and b) shl 1))); end.</pre>	<pre>typedef unsigned char byte; int main() { byte a=217, b=101; printf("%d\n", (byte)(~((byte)(b << 1) & (byte)(b >> 1))) & ((byte)((a b) >> 1) (byte)((a & b) << 1))); return 0; }</pre>

Задача 10 (16 баллов). Постройте матрицу **D** после выполнения следующей программы и выпишите элементы ее побочной диагонали:

Pascal	C
<pre>const n=5; var D: array[0..n-1,0..n-1] of integer; var i, j, k, l: integer; begin k:=0; l:=0; for i:=0 to n-1 do for j:=0 to n-1 do if ((i+j) mod 2 = 0) then begin k:=k-1; D[i,j]:=k; end else begin l:=l+1; D[i,j]:=l; end; for k:=0 to 1 do for i:=0 to n-1 do for j:=0 to n-1 do D[i,j]:=min(D[i,j], D[i,k]+D[k,j]); end.</pre>	<pre>#define MIN(X,Y) ((X) < (Y) ? (X) : (Y)) const int n=5; int D[n][n]; int main() { int i, j, k=0, l=0; for (i=0; i<n; i++) for (j=0; j<n; j++) if ((i+j) % 2 == 0) D[i][j]=--k; else D[i][j]=++l; for (k=0; k<2; k++) for (i=0; i<n; i++) for (j=0; j<n; j++) D[i][j]=MIN(D[i][j], D[i][k]+D[k][j]); return 0; }</pre>