

«УТВЕРЖДАЮ»

Ректор МГТУ им. Н.Э. Баумана

_____ А.А. Александров

« _____ » _____ 2015 г.

**Типовой вариант академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее»
по общеобразовательному предмету «Информатика»**

1. Перевести десятичное число $A = 161,78125$ в шестнадцатеричную систему счисления.

(8 баллов)

2. Найти разность шестнадцатеричных чисел $A_{16} = 1CA0$ и $B_{16} = E1E$, используя 16-разрядный сумматор, старший разряд которого знаковый. Ответ дать в шестнадцатеричной форме. Числа со знаком, выражаемые с использованием 16 двоичных разрядов, должны находиться между -32768 и 32767 . При переполнении разрядной сетки ответ сопроводить сообщением.

(8 баллов)

3. Дано выражение, в котором используются операции над булевыми величинами, принимающими значения Т (истина) и F (ложь). Выражение может содержать круглые скобки и следующие знаки операций: отрицание (\neg), конъюнкция (\wedge), дизъюнкция (\vee), импликация (\rightarrow). Операции имеют следующие уровни приоритета: уровень 1 (\neg), уровень 2 (\wedge), уровень 3 (\vee), уровень 4 (\rightarrow). Построить таблицу истинности для выражения $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$.

(8 баллов)

4. Дано выражение, в котором используются поразрядные операции над 8-ми разрядными целыми числами без знака. В выражении используются круглые скобки и следующие знаки операций: поразрядное НЕ (\sim), поразрядное И ($\&$), поразрядное ИЛИ (\mid), поразрядный сдвиг влево (\ll), поразрядный сдвиг вправо (\gg). Операции имеют следующие уровни приоритета: уровень 1 (\sim), уровень 2 (\ll и \gg), уровень 3 ($\&$), уровень 4 (\mid). Вычислить значение следующего выражения: $(\sim a \mid a \ll 1 \ \& \ a \gg 1) \ \& \ ((a \mid b) \gg 1 \mid (a \ \& \ b) \ll 1)$ для $a = 15$ и $b = 136$. Ответ дать в двоичной и десятичной формах.

(8 баллов)

5. Пусть $\{a_n\}$ ($n \geq 1$) – последовательность, для которой $a_{n+2} - 4a_{n+1} + 3a_n = 0$. Вычислить a_{10} , зная, что $a_1 = 2$, $a_2 = 2$.

(8 баллов)

6. Заменить префиксное арифметическое выражение $/ * + a b c + c d$ инфиксным. Инфиксное выражение может содержать лишние круглые скобки.

(8 баллов)

7. Сколько существует способов разбиения выпуклого пятиугольника на треугольники, путем соединения вершин пятиугольника с использованием двух непересекающихся отрезков.

(8 баллов)

8. По результатам одного социологического исследования было установлено, что из 200 людей, смотрящих телевизор, 110 человек смотрят спортивную передачу, 120 – комедии, 85 предпочитают драмы, 50 смотрят драмы и спорт, 70 – комедии и спорт, 55 смотрят комедии и драмы и 30 человек смотрят все три вида передач.

а) Сколько человек смотрят спорт или комедии или драмы?

б) Сколько человек не смотрят ничего из вышеперечисленного?

(12 баллов)

Задача 9. Будем обозначать через $M(a, b, c, \dots, k)$ наименьшее общее кратное, а через $D(a, b, c, \dots, k)$ – наибольший общий делитель целых чисел a, b, c, \dots, k . Написать программу для вычисления следующего выражения:

$$M(a, b, c) \cdot D(a, b) \cdot D(a \cdot b / D(a, b), c).$$

Входные данные. Стандартный входной поток содержит одну строку, в которой записаны три целых числа a, b и c ($1 \leq a, b, c \leq 10^3$).

Выходные данные. В стандартный выходной поток вывести одно целое число – значение вычисленного произведения.

Пример входных данных	Пример выходных данных
9 18 45	7290

(16 баллов)

Задача 10. На плоскости дан простой многоугольник (т. е. без самокасаний и самопересечений, но не обязательно выпуклый). Написать программу вычисления площади многоугольника.

Входные данные. Стандартный входной поток содержит целое число N ($3 \leq N \leq 1000$) – количество вершин многоугольника и последовательность из N пар действительных координат вершин многоугольника. Все координаты по модулю не больше 10^6 . Вершины многоугольника заданы в порядке их обхода против часовой стрелки.

Выходные данные. В стандартный выходной поток вывести одно действительное число – площадь многоугольника. Результат вывести с точностью 0,0001.

Пример входных данных	Пример выходных данных
4 0 0 3 0 1 1 0 3	3.0000

(16 баллов)

**Первый (отборочный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по образовательному предмету
«Информатика», осень 2015 г.**

Вариант № 1

Задача 1 (8 баллов). Перевести шестнадцатеричное число $A_{16} = 4AF,C48$ в десятичную систему счисления.

Решение задачи 1.

1) $4AF = 4 \cdot 16^2 + 10 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 = 4 \cdot 256 + 10 \cdot 16 + 15 \cdot 1 = 1024 + 160 + 15 = 1199$

2) $0,C48 = 12 \cdot 16^{-1} + 4 \cdot 16^{-2} + 8 \cdot 16^{-3} = 12 \cdot (1/16) + 4 \cdot (1/16/16) + 8 \cdot (1/16/16/16) = 3 \cdot (1/4) + 1 \cdot (1/4/16) + 1 \cdot (1/2/16/16) =$
 $= (3/4) + (1/64) + (1/512) = 0,75 + 0,015625 + 0,001953125 = 0,767578125$

Ответ: $A_{10} = 1199,767578125$.

Задача 2 (8 баллов). Найти сумму шестнадцатеричных чисел $A_{16} = 3A8$ и $B_{16} = 102$, используя 16-разрядный сумматор, старший разряд которого знаковый. Ответ дать в шестнадцатеричной форме. Числа со знаком, выражаемые с использованием 16 двоичных разрядов, должны находиться между -32768 и 32767 . При переполнении разрядной сетки ответ сопроводить сообщением.

Решение задачи 2.

1) $[A_2]_{\text{пр}} = 0,000\ 0011\ 1010\ 1000$

$[B_2]_{\text{пр}} = 0,000\ 0001\ 0000\ 0010$

2) $[A_2]_{\text{пр}}^M = 00,000\ 0011\ 1010\ 1000$

$[B_2]_{\text{пр}}^M = 00,000\ 0001\ 0000\ 0010$

3) $[A_2]_{\text{пр}}^M + [B_2]_{\text{пр}}^M = 00,000\ 0011\ 1010\ 1000 + 00,000\ 0001\ 0000\ 0010 = 00,000\ 0100\ 1010\ 1010$

4) $[C_2]_{\text{пр}} = 0,000\ 0100\ 1010\ 1010$

Ответ: $C_{16} = 4AA$.

Задача 3 (8 баллов). Дано выражение, в котором используются операции над булевыми величинами, принимающими значения 0 (ложь) и 1 (истина). Выражение может содержать круглые скобки и следующие знаки операций: отрицание (\neg), конъюнкция (\wedge), дизъюнкция (\vee), импликация (\rightarrow). Операции имеют следующие уровни приоритета: уровень 1 (\neg), уровень 2 (\wedge),

уровень 3 (\vee), уровень 4 (\rightarrow). Построить таблицу истинности для выражения $(p \rightarrow q) \wedge (\neg r \rightarrow (\neg p \vee \neg q))$.

Решение задачи 3.

p	q	r	$p \rightarrow q$	$\neg r$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$	$(\neg r \rightarrow (\neg p \vee \neg q))$	$(p \rightarrow q) \wedge (\neg r \rightarrow (\neg p \vee \neg q))$
0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	0	1	1	1
0	1	1	1	0	1	0	1	1	1
1	0	0	0	1	0	1	1	1	0
1	0	1	0	0	0	1	1	1	0
1	1	0	1	1	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	1	1

Задача 4 (8 баллов). Дано выражение, в котором используются поразрядные операции над 8-ми разрядными целыми числами без знака. В выражении используются круглые скобки и следующие знаки операций: поразрядное НЕ (\sim), поразрядное И ($\&$), поразрядное ИЛИ (\mid), поразрядный сдвиг влево (\ll), поразрядный сдвиг вправо (\gg). Операции имеют следующие уровни приоритета: уровень 1 (\sim), уровень 2 (\ll и \gg), уровень 3 ($\&$), уровень 4 (\mid). Вычислить значение следующего выражения: $a \gg 2 \& b \ll 1 \mid \sim(a \ll 2 \& b \gg 1)$ для $a = 204$ и $b = 170$. Ответ дать в двоичной и десятичной формах.

Решение задачи 4.

- 1) $a = cc_{16} = 11001100_2$
- 2) $b = aa_{16} = 10101010_2$
- 3) $a \gg 2 = 33_{16} = 00110011_2$
- 4) $b \ll 1 = 54_{16} = 01010100_2$
- 5) $a \gg 2 \& b \ll 1 = 10_{16} = 00010000_2$
- 6) $a \ll 2 = 30_{16} = 00110000_2$
- 7) $b \gg 1 = 55_{16} = 01010101_2$
- 8) $a \ll 2 \& b \gg 1 = 10_{16} = 00010000_2$
- 9) $\sim(a \ll 2 \& b \gg 1) = ef_{16} = 11101111_2$
- 10) $a \gg 2 \& b \ll 1 \mid \sim(a \ll 2 \& b \gg 1) = ff_{16} = 11111111_2$

Ответ: $11111111_2 = 255_{10}$.

Задача 5 (8 баллов). Пусть $\{a_n\}$ и $\{b_n\}$ ($n \geq 1$) – две последовательности, члены которых связаны соотношением

$$a_{n+1} = -2a_n + 4b_n, \quad b_{n+1} = -5a_n + 7b_n. \quad \text{Вычислить } a_5 \text{ и } b_5, \text{ зная, что } a_1 = -10, b_1 = -13.$$

Решение задачи 5.

Первый способ. $a_1 = -10, b_1 = -13; a_2 = -32, b_2 = -41; a_3 = -100, b_3 = -127; a_4 = -308, b_4 = -389; a_5 = -940, b_5 = -1183.$

Второй способ. Можно найти выражения для a_n и b_n через n , считая, что a_1 и b_1 заданы. Выражения будут такими: $a_n = 2^n - 4 \cdot 3^n$ и $b_n = 2^n - 5 \cdot 3^n$. Для $n = 5$ будем иметь: $a_5 = 2^5 - 4 \cdot 3^5 = 32 - 4 \cdot 243 = 32 - 972 = -940, b_5 = 2^5 - 5 \cdot 3^5 = 32 - 5 \cdot 243 = 32 - 1215 = -1183.$

Ответ: $a_5 = -940, b_5 = -1183.$

Задача 6 (8 баллов). Дана префиксная запись арифметического выражения $+ a * b + c * d + e * f + g * h i$. Найти инфиксную запись этого выражения, не содержащую лишних круглых скобок.

Решение задачи 6.

Сначала надо построить бинарное дерево, изображающее арифметическое выражение. Корень дерева и все внутренние вершины дерева являются бинарными операторами, а листья дерева – операндами. При построении дерева префиксная запись выражения читается слева направо один раз, а дерево строится сверху вниз (от корня листьям). Затем надо обойти дерево в центрированном порядке (in-ordered): левое поддерево – вершина – правое поддерево.

Ответ: $a + b * (c + d * (e + f * (g + h * i))).$

Задача 7 (8 баллов). Сколько последовательностей $\{a_1, a_2, \dots, a_8\}$, состоящих из $+1$ и -1 , обладают тем свойством, что $a_1 + a_2 + \dots + a_8 = 0$, а все их частичные суммы $a_1, a_1 + a_2, \dots, a_1 + a_2 + \dots + a_8$ неотрицательны?

Решение задач 7.

Первый способ. Задачу можно решить методом полного перебора, который дает следующие 14 вариантов:

+1+1+1+1-1-1-1-1, +1+1+1-1+1-1-1-1, +1+1+1-1-1+1-1-1, +1+1+1-1-1-1+1-1, +1+1-1+1+1-1-1-1,
 +1+1-1+1-1+1-1-1,
 +1+1-1+1-1-1+1-1, +1+1-1-1+1+1-1-1, +1+1-1-1+1-1+1-1, +1-1+1+1+1-1-1-1, +1-1+1+1-1+1-1-1, +1-
 1+1+1-1-1+1-1,
 +1-1+1-1+1+1-1-1, +1-1+1-1+1-1+1-1.

Второй способ. Можно показать, что количество последовательностей, удовлетворяющих условию задачи, определяется четвертым числом Каталана. Само число Каталана выражается формулой $C(n) = \frac{(2n)!}{n!(n+1)!}$. $C(4) = \frac{(2 \cdot 4)!}{4!(4+1)!} = \frac{(8)!}{4!(5)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 / 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 14$.

Ответ: 14.

Задача 8 (12 баллов). Сколько существует положительных целых чисел, содержащих не более пяти цифр, в которых

- a) Первой цифрой является 3?
- b) Последней цифрой является 5?
- c) Первой цифрой является 3 или последней цифрой является 5?
- d) Ни первая цифра не равна 3, ни последняя цифра не равна 5?

Решение задачи 8.

Решение задачи может выполняться с использованием комбинаторного принципа умножения и сложения. Составим следующую таблицу

Число цифр в числе	Первой цифрой является 3	Последней цифрой является 5	Первой цифрой является 3 и последней цифрой является 5
1	1	1	0
2	10	9	1
3	100	10*9 = 90	10
4	1000	100*9 = 900	100

5	10000	$1000 \cdot 9 = 9000$	1000
Итого	11111	10000	1111

Количество положительных целых чисел, содержащих не более пяти цифр, в которых первой цифрой является 3 или последней цифрой является 5, равно

$$11111 + 10000 - 1111 = 20000.$$

Общее количество положительных целых чисел, содержащих не более пяти цифр, равно

$$9 + 90 + 900 + 9000 + 90000 = 99999.$$

Количество положительных целых чисел, содержащих не более пяти цифр, в которых ни первая цифра не равна 3, ни последняя цифра не равна 5, равно

$$99999 - 20000 = 79999.$$

Ответ: а) 11111; б) 10000; в) 20000; г) 79999.

Задача 9 (16 баллов). Рассматривается последовательность, состоящая из N положительных целых чисел. Требуется вычеркнуть из последовательности наименьшее количество чисел так, чтобы оставшиеся числа шли в порядке строгого возрастания.

Входные данные. Входной файл содержит целое число N ($1 \leq N \leq 1000$) – количество чисел и последовательность из N целых положительных целых чисел, каждое из которых не больше 1000.

Выходные данные. В выходной файл вывести одно целое число – количество не вычеркнутых чисел.

Примеры входных данных	Примеры выходных данных
6 2 5 3 4 6 1	4
10 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1	1

Решение задачи 9.

Язык Си.

```
#include "stdafx.h"
```

```

int const MAXN = 1000;
FILE *ifs, *ofs;
int max( int a, int b ) { return ((a > b) ? a : b); }
int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[]) {
    int n, a[MAXN], d[MAXN];
    if( (ifs = fopen( "input.txt", "r" )) == NULL ) return 1;
    if( (ofs = fopen( "output.txt", "w" )) == NULL ) return 2;
    fscanf( ifs, "%d", &n);
    for (int i = 0; i < n; i++) fscanf( ifs, "%d", &a[i] );
    for (int i=0; i<n; ++i) {
        d[i] = 1;
        for (int j=0; j<i; ++j)
            if (a[j] < a[i]) d[i] = max( d[i], 1 + d[j] );
    }
    int ans = d[0];
    for (int i = 0; i < n; ++i) ans = max( ans, d[i] );
    fprintf( ofs, "%d\n", ans );
    fclose( ifs );
    fclose( ofs );
    return 0;
}

```

Язык Паскаль.

```

program Project_1_9;
{$APPTYPE CONSOLE}
uses SysUtils, Math;
const MAXN = 1000;
var f, g: textfile;
    n, i, j, ans: integer;
    a, d: array[0..MAXN-1] of integer;
begin
    AssignFile(f, 'input.txt');
    AssignFile(g, 'output.txt');
    try

```

```

Reset(f);
Rewrite(g);
try
  Read(f, n);
  for i := 0 to n-1 do Read(f, a[i]);
  for i := 0 to n-1 do
  begin
    d[i] := 1;
    for j := 0 to i-1 do
      if (a[j] < a[i]) then d[i] := max(d[i], 1 + d[j]);
    end;
    ans := d[0];
    for i := 0 to n do ans := max(ans, d[i]);
  Writeln(g, ans);
finally
  CloseFile(f);
  CloseFile(g);
end;
except
  on EInOutError do Writeln('EInOutError!');
end;
end.

```

Задача 10 (16 баллов). Ортогональную целочисленную решетку, состоящую из точек с целыми координатами в декартовой системе координат, будем обозначать через Z^2 . На решетке Z^2 дан простой многоугольник (т. е. без самокасаний и самопересечений, но не обязательно выпуклый) с вершинами в узлах решетки Z^2 . Найти количество точек решетки Z^2 , лежащих на границе многоугольника.

Входные данные. Входной файл содержит целое число N ($3 \leq N \leq 1000$) – количество вершин многоугольника и последовательность из N пар целочисленных координат вершин многоугольника. Все координаты по модулю не больше 10^6 . Вершины многоугольника заданы в порядке их обхода против часовой стрелки.

Выходные данные. В выходной файл вывести одно целое число – количество точек решетки Z^2 , лежащих на границе многоугольника.

Примеры входных данных	Примеры выходных данных
4 0 0 4 0 4 4 0 4	16
10 0 0 4 0 3 1 6 0 6 3 7 5 3 2 2 2 0 5 1 1	15

Решение задачи 10.

Язык Си.

```

#include "stdafx.h"
#include <stdlib.h>
FILE *ifs, *ofs;
struct node { int x, y; };
int gcd(int a, int b) { return (!b) ? a : gcd(b, a % b); }
int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[]) {
    int N, a, b, local_npoint;
    struct node prev, next, start;
    int global_npoint = 0;
    if( (ifs = fopen( "input.txt", "r" )) == NULL ) return 1;
    if( (ofs = fopen( "output.txt", "w" )) == NULL ) return 2;
    fscanf( ifs, "%d", &N );
    fscanf( ifs, "%d %d", &next.x, &next.y );
    start.x = next.x;
    start.y = next.y;
    for (int i = 2; i <= N; i++) {
        prev.x = next.x;
        prev.y = next.y;
        fscanf( ifs, "%d %d", &next.x, &next.y );
        a = abs( next.x - prev.x );
        b = abs( next.y - prev.y );
        if (a == 0) local_npoint = b + 1;
        else if (b == 0) local_npoint = a + 1;
        else local_npoint = gcd( a, b ) + 1;
        global_npoint += local_npoint;
    }
    prev.x = next.x;

```

```

prev.y = next.y;
next.x = start.x;
next.y = start.y;
if (a == 0 ) local_npoint = b + 1;
else if (b == 0) local_npoint = a + 1;
else local_npoint = gcd( a, b ) + 1;
global_npoint += local_npoint;
fprintf( ofs, "%d\n", global_npoint - N );
fclose(ifs);
fclose(ofs);
return 0;
}

```

Язык Паскаль.

```

program Project_1_10;
{$APPTYPE CONSOLE}
uses SysUtils;
type node = record x, y: integer; end;
var f, g: textfile;
    N, a, b, local_npoint, global_npoint, i: integer;
    prev, next, start: node;
// Наибольший общий делитель (рекурсивная функция)
function gcd(a, b: integer): integer;
begin
    if (b = 0) then result := a
    else result := gcd(b, a mod b);
end;
begin
    assignfile(f, 'input.txt');
    assignfile(g, 'output.txt');
    try
        reset(f);
        rewrite(g);
    try

```

```

global_npoint := 0;
read(f, N);
read(f, next.x, next.y);
start.x := next.x;
start.y := next.y;
for i := 2 to N do
begin
  prev.x := next.x;
  prev.y := next.y;
  read(f, next.x, next.y);
  a := abs(next.x - prev.x);
  b := abs(next.y - prev.y);
  if (a = 0) then local_npoint := b + 1
  else if (b = 0) then local_npoint := a + 1
  else local_npoint := gcd(a, b) + 1;
  inc(global_npoint, local_npoint);
end;
prev.x := next.x;
prev.y := next.y;
next.x := start.x;
next.y := start.y;
if (a = 0 ) then local_npoint := b + 1
else if (b = 0) then local_npoint := a + 1
else local_npoint := gcd(a, b) + 1;
inc(global_npoint, local_npoint);
writeln(g, global_npoint - N);
finally
  closefile(f);
  closefile(g);
end;
except
  on EInOutError do Writeln('EInOutError!');
end;
end.

```

Первый (отборочный) этап академического соревнования

Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по образовательному предмету

«Информатика», осень 2015 г.

Вариант №2

Задача 1 (8 баллов). Перевести шестнадцатеричное число $A_{16} = 15D,CC$ в десятичную систему счисления.

Решение задачи 1.

1) $15D = 1 \cdot 16^2 + 5 \cdot 16^1 + 13 \cdot 16^0 = 1 \cdot 256 + 5 \cdot 16 + 13 \cdot 1 = 256 + 80 + 13 = 349_{10}$.

2) $0,CC = 12 \cdot 16^{-1} + 12 \cdot 16^{-2} = 12 \cdot (1/16) + 12 \cdot (1/16/16) = 3 \cdot (1/4) + 3 \cdot (1/4/16) = (3/4) + (3/64) = 0,75 + 0,046875 = 0,796875_{10}$.

Ответ: $A_{10} = 349,796875$.

Задача 2 (8 баллов). Найти сумму шестнадцатеричных чисел $A_{16} = 667$ и $B_{16} = F56$, используя 16-разрядный сумматор, старший разряд которого знаковый. Ответ дать в шестнадцатеричной форме. При переполнении разрядной сетки ответ сопроводить сообщением.

Решение задачи 2.

1) $[A_2]_{\text{пр}} = 0,000\ 0110\ 0110\ 0111$ $[B_2]_{\text{пр}} = 0,000\ 1111\ 0101\ 0110$

2) $[A_2]_{\text{пр}}^M = 00,000\ 0110\ 0110\ 0111$ $[B_2]_{\text{пр}}^M = 00,000\ 1111\ 0101\ 0110$

3) $[A_2]_{\text{пр}}^M + [B_2]_{\text{пр}}^M = 00,000\ 0110\ 0110\ 0111 + 00,000\ 1111\ 0101\ 0110 = 00,001\ 0101\ 1011\ 1101$

4) $[C_2]_{\text{пр}} = 0,001\ 0101\ 1011\ 1101$

Ответ: $C_{16} = 15BD$.

Задача 3 (8 баллов). Дано выражение, в котором используются операции над булевыми величинами, принимающими значения 0 (ложь) и 1 (истина). Выражение может содержать круглые скобки и следующие знаки операций: отрицание (\neg), конъюнкция (\wedge), дизъюнкция (\vee), импликация (\rightarrow). Операции имеют следующие уровни приоритета: уровень 1 (\neg), уровень 2 (\wedge),

уровень 3 (\vee), уровень 4 (\rightarrow). Построить таблицу истинности для выражения $\neg((p \rightarrow q) \wedge \neg r) \rightarrow (p \vee \neg r)$.

Решение задачи 3.

p	q	r	$p \rightarrow q$	$\neg r$	$(p \rightarrow q) \wedge \neg r$	$\neg((p \rightarrow q) \wedge \neg r)$	$p \vee \neg r$	$\neg((p \rightarrow q) \wedge \neg r) \rightarrow (p \vee \neg r)$
0	0	0	1	1	1	0	1	1
0	0	1	1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	1	1	0	1	1
0	1	1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0	1	1	1
1	1	0	1	1	1	0	1	1
1	1	1	1	0	0	1	1	1

Задача 4 (8 баллов). Дано выражение, в котором используются поразрядные операции над 8-ми разрядными целыми числами без знака. В выражении используются круглые скобки и следующие знаки операций: поразрядное НЕ (\sim), поразрядное И ($\&$), поразрядное ИЛИ (\mid), поразрядный сдвиг влево (\ll), поразрядный сдвиг вправо (\gg). Операции имеют следующие уровни приоритета: уровень 1 (\sim), уровень 2 (\ll и \gg), уровень 3 ($\&$), уровень 4 (\mid). Вычислить значение следующего выражения: $a \gg 2 \& b \ll 1 \mid \sim(a \ll 2 \& b \gg 1)$ для $a = 240$ и $b = 63$. Ответ дать в двоичной и десятичной формах.

Решение задачи 4.

- 1) $a = f0_{16} = 11110000_2$
- 2) $b = 3f_{16} = 00111111_2$
- 3) $a \gg 2 = 3c_{16} = 00111100_2$
- 4) $b \ll 1 = 7e_{16} = 01111110_2$
- 5) $a \gg 2 \& b \ll 1 = 3c_{16} = 00111100_2$
- 6) $a \ll 2 = c0_{16} = 11000000_2$
- 7) $b \gg 1 = 1f_{16} = 00011111_2$
- 8) $a \ll 2 \& b \gg 1 = 0_{16} = 00000000_2$
- 9) $\sim(a \ll 2 \& b \gg 1) = ff_{16} = 11111111_2$
- 10) $a \gg 2 \& b \ll 1 \mid \sim(a \ll 2 \& b \gg 1) = ff_{16} = 11111111_2$

Ответ: $11111111_2 = 255_{10}$.

Задача 5 (8 баллов). Пусть $\{a_n\}$ и $\{b_n\}$ ($n \geq 1$) – две последовательности, члены которых связаны соотношением

$$a_{n+1} = 3a_n + b_n, b_{n+1} = -a_n + b_n. \text{ Вычислить } a_5 \text{ и } b_5, \text{ зная, что } a_1 = 14, b_1 = -6.$$

Решение задачи 5.

Первый способ. $a_1 = 14, b_1 = -6; a_2 = 36, b_2 = -20; a_3 = 88, b_3 = -56; a_4 = 208, b_4 = -144; a_5 = 480, b_5 = -352$.

Второй способ. Можно найти выражения для a_n и b_n через n , считая, что a_1 и b_1 заданы. Выражения будут такими: $a_n = (5 + 2 \cdot n) \cdot 2^n$ и $b_n = -(2 \cdot n + 1) \cdot 2^n$. Для $n = 5$ будем иметь: $a_5 = (5 + 2 \cdot 5) \cdot 2^5 = 15 \cdot 32 = 480, b_5 = -(2 \cdot 5 + 1) \cdot 2^5 = -11 \cdot 32 = -352$.

Ответ: $a_5 = 480, b_5 = -352$.

Задача 6 (8 баллов). Дана инфиксная запись арифметического выражения $(a + b) * (((e - f) + g) / h) - i$. Найти префиксную запись этого выражения.

Решение задачи 6.

Сначала надо построить бинарное дерево, изображающее арифметическое выражение. Корень дерева и все внутренние вершины дерева являются бинарными операторами, а листья дерева – операндами. Затем обойти дерево в прямом порядке (pre-ordered): вершина – левое поддереву – правое поддереву.

Ответ: $* + a b - / + - e f g h i$.

Задача 7 (8 баллов). Рассмотрим шахматную доску со стороной 6. Требуется провести ладью из левого нижнего угла в правый верхний угол. Двигаться можно только вверх и вправо, не заходя при этом на клетки диагонали, соединяющей начальную и конечную клетки, и ниже нее. (Ладья оказывается на этой диагонали только в начальный и конечный моменты времени.) Сколько существует таких маршрутов?

Решение задачи 7.

Первый способ. Задачу можно решить методом полного перебора.

Второй способ. Можно решить задачу методом рекурсивного подсчета. В каждой клетке шахматной доски 6×6 напишем число, равное количеству допустимых путей, которыми ладья может прийти до этой клетки из левого нижнего угла.

- a) Заполняем нулями все запрещенные клетки.
- b) Начиная с левого нижнего угла, заполняем единицами всю левую вертикаль.
- c) Далее заполняем вторую слева вертикаль по следующему правилу: в очередной клетке ставим сумму чисел, стоящих в двух соседних клетках – снизу и слева, и так далее.

Таким образом, мы находим, что искомое число маршрутов равно 14.

1	4	9	14	14	14
1	3	5	5	0	0
1	2	2	0	0	0
1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0

Третий способ. Можно показать, что число маршрутов ладьи, удовлетворяющих условию задачи, определяется четвертым числом Каталана. Само число Каталана выражается формулой $C(n) = \frac{(2n)!}{n!(n+1)!}$. $C(4) = \frac{(2 \cdot 4)!}{4!(4+1)!} = \frac{(8)!}{4!(5)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}$.

Ответ: 14.

Задача 8 (12баллов). Сколько существует положительных целых чисел между 1 и 2003, которые

- a) Делятся на 5?
- b) Делятся на 7?
- c) Делятся на 11?
- d) Делятся на 5 или 7 или 11?

Решение задачи 8.

Имеется всего $\left[\frac{2003}{5} \right] = 400$ целых чисел, которые делятся на 5.

Имеется всего $[\frac{2003}{7}] = 286$ целых чисел, которые делятся на 7.

Имеется всего $[\frac{2003}{11}] = 182$ целых числа, которые делятся на 11.

Имеется всего $[\frac{2003}{5 \cdot 7}] = 57$ целых чисел, которые делятся на 5 и 7.

Имеется всего $[\frac{2003}{7 \cdot 11}] = 26$ целых чисел, которые делятся на 7 и 11.

Имеется всего $[\frac{2003}{11 \cdot 5}] = 36$ целых чисел, которые делятся на 11 и 5.

Имеется всего $[\frac{2003}{5 \cdot 7 \cdot 11}] = 5$ целых чисел, которые делятся на 5, 7 и 11.

Следовательно, количество целых чисел, которые делятся или на 5, или на 7, или на 11 равно $400 + 286 + 182 - 57 - 26 - 36 + 5 = 754$.

Ответ: а) 400; б) 286; в) 182; г) 754.

Задача 9 (16 баллов). Островом в последовательности целых чисел называется подпоследовательность смежных чисел, в которой каждое число больше числа, находящегося непосредственно слева и справа от подпоследовательности. Например, в последовательности 0 0 1 1 2 2 1 1 0 1 2 0 имеется 4 острова, которые выделены скобками: 0 0 (1 1 (2 2) 1 1) 0 (1 (2)) 0. Найти количество островов в последовательности.

Входные данные. Каждая строка входного файла содержит последовательность из 12 неотрицательных целых чисел, каждое из которых не больше 10^6 . Первое и последнее число последовательности равны 0.

Выходные данные. В выходной файл для каждой строки входного файла вывести одно целое число – количество островов в последовательности.

Пример входных данных	Пример выходных данных
0 0 1 1 2 2 1 1 0 1 2 0	4
0 1 2 4 4 1 0 2 4 1 0 0	6

Решение задачи 9.

Язык Си.

```

#include "stdafx.h"
int const N_TERMS = 12;
FILE *ifs, *ofs;
int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[]) {
    int seq[N_TERMS], lev[N_TERMS+1], level, prev, curr, nisland;
    if( (ifs = fopen( "input.txt", "r" )) == NULL ) return 1;
    if( (ofs = fopen( "output.txt", "w" )) == NULL ) return 2;
    while (true) {
        level = prev = nisland = 0;
        fscanf( ifs, "%d", &curr);
        if ( feof( ifs ) ) break;
        lev[0] = prev = curr;
        for(int i = 1; i < N_TERMS ; i++) {
            fscanf( ifs, "%d", &curr);
            seq[i] = curr;
            if(curr > prev) { level++; nisland++; lev[level] = curr; }
            else if(curr < prev) {
                while((level > 0) && (curr < lev[level])) level--;
                if(curr > lev[level]) { level++; nisland++; lev[level] = curr; }
            }
            prev = curr;
        }
        fprintf( ofs, "%d\n", nisland);
    }
    return 0;
}

```

Язык Паскаль.

```

program Project_2_9;
{$APPTYPE CONSOLE}
uses SysUtils;
const N_TERMS = 12;
var f, g: TextFile;
    seq: array[0..N_TERMS-1] of integer;

```

```

lev: array[0..N_TERMS] of integer;
level, prev, curr, nisland, i: integer;
begin
  AssignFile(f, 'input.txt');
  AssignFile(g, 'output.txt');
  try
    Reset(f);
    Rewrite(g);
  try
    nisland := 0;
    while (not Eof(f)) do
      begin
        nisland := 0; prev := 0; level := 0;
        Read(f, curr);
        lev[0] := prev;
        prev := curr;
        for i := 1 to N_TERMS-1 do
          begin
            Read(f, curr);
            seq[i] := curr;
            if (curr > prev) then
              begin
                Inc(level); Inc(nisland); lev[level] := curr;
              end
            else if (curr < prev) then
              begin
                while((level > 0) and (curr < lev[level])) do Dec(level);
                if (curr > lev[level]) then
                  begin
                    Inc(level); Inc(nisland); lev[level] := curr;
                  end
                end;
              end;
            prev := curr;
          end;
        end;
        Readln(f);

```

```

end;
Writeln(g, nisland);
finally
  CloseFile(f);
  CloseFile(g);
end;
except
  on EInOutError do Writeln('EInOutError!');
end;
end.

```

Задача 10 (16 баллов). Ортогональную целочисленную решетку, состоящую из точек с целыми координатами в декартовой системе координат, будем обозначать через Z^2 . В узлах решетки Z^2 заданы две точки A и B. Требуется перечислить координаты левых нижних углов всех единичных квадратов решетки Z^2 , которые пересекаются с отрезком AB.

Входные данные. Во входном файле заданы целые числа Ax, Ay, Bx, By – координаты точек A и B. Все числа по абсолютной величине не превосходят 1000. Отрезок AB не параллелен осям координат.

Выходные данные. В выходной файл вывести координаты левых нижних углов единичных квадратов, которые имеют хотя бы одну общую точку с отрезком AB. Порядок перечисления квадратов может быть произвольным.

Пример входных данных	Пример выходных данных
-1 -1 1 2	[-2, -2] [-1, -2] [-2, -1] [-1, -1] [-1, 0] [0, 0] [0, 1] [0, 2] [1, 1] [1, 2]

Решение задачи 10.

Язык Си.

```

#include "stdafx.h"
#include <stdlib.h>
FILE *ifs, *ofs;
int Ax, Ay, Bx, By;
void swap ( int &x, int &y ) { int temp = x; x = y; y = temp; }
void print_result( int x, int y ) { fprintf( ofs, "[%d, %d] ", x, y ); }

```

```

void solve_up() {
    int x = Ax; int y = Ay; int d = (By - Ay) - (Bx - Ax);
    print_result( x-1, y-1 );
    print_result( x, y-1);
    print_result( x-1, y );
    print_result( x, y );
    for (int i = 1; i <= abs(By - Ay + Bx - Ax); i++) {
        if (d == 0) print_result( x, y+1 );
        if (d > 0) { y++; d -= Bx - Ax; }
        else { x++; d += By - Ay; }
        print_result( x, y );
    }
}

void solve_down() {
    int x = Ax; int y = Ay; int d = (Ay - By) - (Bx - Ax);
    print_result( x-1, y-1 );
    print_result( x, y-1 );
    print_result( x-1, y);
    print_result( x, y );
    for (int i = 1; i <= abs( Ay-By+Bx-Ax ); i++) {
        if (d == 0) print_result( x, y-2 );
        if (d > 0) { y++; d -= Bx - Ax; }
        else { x++; d += Ay - By; };
        print_result( x, y-1 );
    }
}

void solve_vert() {
    for (int i = Ay - 1; i <= By; i++) { print_result( Ax-1, i ); print_result( Ax, i ); }
}

void solve_horiz() {
    for (int i = Ax - 1; i <= Bx; i++) { print_result( i, Ay-1 ); print_result( i, Ay ); }
}

int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[]) {
    if( (ifs = fopen( "input.txt", "r" )) == NULL ) return 1;
    if( (ofs = fopen( "output.txt", "w" )) == NULL ) return 2;
}

```

```

fscanf( ifs, "%d %d %d %d", &Ax, &Ay, &Bx, &By );
if (Ax > Bx) { swap(Ax, Bx); swap(Ay, By); }
else if (Ax == Bx) { if (Ay > By) swap( Ay, By ); }
if (Ax == Bx) solve_vert();
else if (Ay == By) solve_horiz();
else if (By > Ay) solve_up();
else solve_down();
fclose(ifs);
fclose(ofs);
return 0;
}

```

Язык Паскаль.

```

program Project_2_10;
{$APPTYPE CONSOLE}
uses SysUtils;
var f, g: textfile;
    X1, Y1, X2, Y2, T: integer;
procedure PrintResult(X, Y: integer);
begin
    Write(g, '[', X, ', ', Y, '] ');
end;
procedure SolveUp;
var D, X, Y, i: integer;
begin
    X := X1; Y := Y1; D := (Y2-Y1)-(X2-X1);
    PrintResult(X-1, Y-1);
    PrintResult(X, Y-1);
    PrintResult(X-1, Y);
    PrintResult(X, Y);
    for i := 1 to abs(Y2 - Y1 + X2 - X1) do
    begin
        if (D = 0) then PrintResult(X, Y+1);
        if (D > 0) then begin inc(Y); D := D - (X2 - X1); end
    end
end

```

```

    else begin inc(X); D := D + (Y2 - Y1); end;
    PrintResult(X, Y);
end;
end;
procedure SolveDown;
var D, X, Y, i: integer;
begin
    X := X1; Y := Y1; D := (Y1-Y2)-(X2-X1);
    PrintResult(X-1, Y-1);
    PrintResult(X, Y-1);
    PrintResult(X-1, Y);
    PrintResult(X, Y);
    for i := 1 to Abs(Y1 - Y2 + X2 - X1) do
        begin
            if (D = 0) then PrintResult(X, Y-2);
            if (D > 0) then begin dec(Y); D := D - (X2 - X1); end
            else begin inc(X); D := D + (Y1 - Y2); end;
            PrintResult(X, Y-1);
        end;
    end;
procedure SolveVert;
var i: integer;
begin
    for i := Y1-1 to Y2 do begin PrintResult(X1-1, I); PrintResult(X1, I); end;
end;
procedure SolveHoriz;
var i: integer;
begin
    for i := X1-1 to X2 do begin PrintResult(I, Y1-1); PrintResult(I, Y1); end;
end;
procedure Solve;
begin
    if (X1 = X2) then SolveVert
    else if (Y1 = Y2) then SolveHoriz
    else if (Y2 > Y1) then SolveUp

```

```
    else SolveDown;
end;
begin
  AssignFile(f, 'input.txt');
  AssignFile(g, 'output.txt');
  try
    Reset(f);
    Rewrite(g);
    try
      Readln(f, X1, Y1, X2, Y2);
      if (X1 > X2) then
        begin
          T := X1; X1 := X2; X2 := T;
          T := Y1; Y1 := Y2; Y2 := T;
        end
      else if (X1 = X2) then
        if (Y1 > Y2) then begin T := Y1; Y1 := Y2; Y2 := T; end;
      end;
      Solve;
      Writeln(g);
    finally
      CloseFile(f);
      CloseFile(g);
    end;
  except
    on EInOutError do Writeln('EInOutError!');
  end;
end.
```

**Первый (отборочный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по образовательному предмету
«Информатика», осень 2015 г.
Вариант № 3**

Задача 1 (8 баллов). Перевести десятичное число $A_{10} = 161,78125$ в шестнадцатеричную систему счисления.

Решение задачи 1.

- 1) $161 / 16 = 10$ и 1 в остатке. $161_{10} = A1_{16}$.
- 2) $0,78125 \cdot 16 = 12,5$; $0,5 \cdot 16 = 8$. $0,78125_{10} = C8_{16}$.

Ответ: $A_{16} = A1, C8$

Задача 2 (8 баллов). Найти разность шестнадцатеричных чисел $A_{16} = 2284$ и $B_{16} = 4DD3$, используя 16-разрядный сумматор, старший разряд которого знаковый. Ответ дать в шестнадцатеричной форме. Числа со знаком, выражаемые с использованием 16 двоичных разрядов, должны находиться между -32768 и 32767 . При переполнении разрядной сетки ответ сопроводить сообщением.

Решение задачи 2.

- 1) $A - B = A + (-B)$
- 2) $[A_2]_{\text{пр}} = 0,010\ 0010\ 1000\ 0100$ $[-B_2]_{\text{пр}} = 1,100\ 1101\ 1101\ 0011$
- 3) $[A_2]_{\text{д}} = 0,010\ 0010\ 1000\ 0100$ $[-B_2]_{\text{д}} = 1,011\ 0010\ 0010\ 1101$
- 4) $[A_2]_{\text{д}}^M = 00,010\ 0010\ 1000\ 0100$ $[-B_2]_{\text{д}}^M = 11,011\ 0010\ 0010\ 1101$
- 5) $[A_2]_{\text{д}}^M + [-B_2]_{\text{д}}^M = 00,010\ 0010\ 1000\ 0100 + 11,011\ 0010\ 0010\ 1101 = 11,101\ 0100\ 1011\ 0001$
- 6) $[C_2]_{\text{пр}} = 1,010\ 1011\ 0100\ 1111$

Ответ: $C_{16} = AB4F$

Задача 3 (8 баллов). Дано выражение, в котором используются операции над булевыми величинами, принимающими значения 0 (ложь) и 1 (истина). Выражение может содержать

круглые скобки и следующие знаки операций: отрицание (\neg), конъюнкция (\wedge), дизъюнкция (\vee), импликация (\rightarrow). Операции имеют следующие уровни приоритета: уровень 1 (\neg), уровень 2 (\wedge), уровень 3 (\vee), уровень 4 (\rightarrow). Построить таблицу истинности для выражения $((p \rightarrow q) \wedge \neg(r \vee p)) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$.

Решение задачи 3.

p	q	r	$p \rightarrow q$	$r \vee p$	$\neg(r \vee p)$	$(p \rightarrow q) \wedge \neg(r \vee p)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$	$((p \rightarrow q) \wedge \neg(r \vee p)) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$
0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1
1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1
1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1
1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1

Задача 4 (8 баллов). Дано выражение, в котором используются поразрядные операции над 8-ми разрядными целыми числами без знака. В выражении используются круглые скобки и следующие знаки операций: поразрядное НЕ (\sim), поразрядное И ($\&$), поразрядное ИЛИ (\mid), поразрядный сдвиг влево (\ll), поразрядный сдвиг вправо (\gg). Операции имеют следующие уровни приоритета: уровень 1 (\sim), уровень 2 (\ll и \gg), уровень 3 ($\&$), уровень 4 (\mid). Вычислить значение следующего выражения: $(a \& \sim(b \ll 1)) \gg 2 \mid \sim(a \ll 1) \& b \gg 2$ для $a = 240$ и $b = 63$. Ответ дать в двоичной и десятичной формах.

Решение задачи 4.

- 1) $a = f0_{16} = 11110000_2$
- 2) $b = 3f_{16} = 00111111_2$
- 3) $b \ll 1 = 7e_{16} = 01111110_2$
- 4) $\sim(b \ll 1) = 81_{16} = 10000001_2$
- 5) $a \& \sim(b \ll 1) = 80_{16} = 10000000_2$
- 6) $(a \& \sim(b \ll 1)) \gg 2 = 20_{16} = 00100000_2$

- 7) $a \ll 1 = e_{16} = 11100000_2$
 8) $\sim(a \ll 1) = 1f_{16} = 00011111_2$
 9) $b \gg 2 = f_{16} = 00001111_2$
 10) $\sim(a \ll 1) \& b \gg 2 = f_{16} = 00001111_2$
 11) $(a \& \sim(b \ll 1)) \gg 2 \mid \sim(a \ll 1) \& b \gg 2 = 2f_{16} = 00101111_2$

Ответ: $00101111_2 = 47_{10}$

Задача 5 (8 баллов). Пусть $\{a_n\}$ ($n \geq 1$) – последовательность, для которой $a_{n+2} - 4a_{n+1} + 4a_n = 0$.

Вычислить a_{10} , зная, что $a_1 = 2, a_2 = 8$.

Решение задачи 5.

Первый способ. $a_1 = 2, a_2 = 8, a_3 = 24, a_4 = 64, a_5 = 160, a_6 = 384, a_7 = 896, a_8 = 2048, a_9 = 4608, a_{10} = 10240$.

Второй способ. Можно найти выражение для a_n через n , считая, что a_1 и a_2 заданы. Выражение будет таким: $a_n = n \cdot 2^n$. Для $n = 10$ будем иметь: $a_{10} = 10 \cdot 2^{10} = 10 \cdot 1024 = 10240$.

Ответ: $a_{10} = 10240$

Задача 6 (8 баллов). Дана инфиксная запись арифметического выражения $(a + b) * (((e - f) + g) / h) - i)$. Найти постфиксную запись этого выражения.

Решение задачи 6.

В соответствии с алгоритмом «сортировочной станции» Дейкстры будем иметь:

Стек	Вход	Выход
	$(a + b) * (((e - f) + g) / h) - i)$	
($a + b) * (((e - f) + g) / h) - i)$	
($+ b) * (((e - f) + g) / h) - i)$	a
(+	$b) * (((e - f) + g) / h) - i)$	a
(+	$) * (((e - f) + g) / h) - i)$	a b

	* (((e - f) + g) / h) - i)	a b +
*	((((e - f) + g) / h) - i)	a b +
* (((e - f) + g) / h) - i)	a b +
* ((((e - f) + g) / h) - i)	a b +
* ((((e - f) + g) / h) - i)	a b +
* ((((e - f) + g) / h) - i)	a b +
* ((((- f) + g) / h) - i)	a b + e
* ((((-	f) + g) / h) - i)	a b + e
* ((((-) + g) / h) - i)	a b + e f
* (((+ g) / h) - i)	a b + e f
* (((+	g) / h) - i)	a b + e f -
* (((+) / h) - i)	a b + e f - g
* ((/ h) - i)	a b + e f - g +
* ((/	h) - i)	a b + e f - g +
* ((/) - i)	a b + e f - g + h
* (- i)	a b + e f - g + h /
* (-	i)	a b + e f - g + h /
* (-)	a b + e f - g + h / i
*		a b + e f - g + h / i -
		a b + e f - g + h / i - *

Ответ: $a b + e f - g + h / i - *$

Задача 7 (8 баллов). Сколько существует целых чисел между 0 и 1000, содержащих хотя бы одну цифру 6?

Решение задачи 7.

Для решения этой задачи положим S множеством целых чисел от 0 до 1000, **не** содержащих цифру 6 ни в одном из разрядов. Пусть S_1 – подмножество множества S , содержащее однозначные числа; S_2 – подмножество S , содержащее двузначные числа; S_3 – подмножество множества S , содержащее трехзначные числа; S_4 – подмножество множества S , содержащее четырехзначные числа. Множество S_1 содержит девять чисел без цифры 6, поскольку только число 6 исключено. Множество S_2 содержит числа, имеющие 8 вариантов выбора первой цифры и 9 вариантов выбора второй цифры, поскольку первая цифра не может быть ни 6, ни 0, а вторая цифра не может быть 6.

Поэтому S_2 содержит $8 * 9 = 72$ элемента без цифры 6. Множество S_3 содержит числа, имеющие 8 вариантов выбора первой цифры, 9 вариантов выбора второй цифры и 9 вариантов выбора третьей цифры. Поэтому множество S_3 содержит $8 * 9 * 9 = 648$ элементов без цифры 6. Множество S_4 содержит только число 1000. Следовательно, S содержит $9 + 72 + 548 + 1 = 730$ элементов. Пусть T – множество всех чисел между 0 и 1000. Тогда $T-S$ – множество всех целых чисел между 0 и 1000, содержащих хотя бы одну цифру 6. Более того, S и $T-S$ – непересекающиеся множества. Следовательно, $|S| + |T-S| = |T|$, так что $730 + |T-S| = 1001$. Значит, $|T-S| = 271$, поэтому между 1 и 1000 существует 271 целое число, содержащее хотя бы одну цифру 6.

Ответ: 271.

Задача 8 (12 баллов). Сколько существует положительных целых чисел между 1 и 2003, которые

- Делятся на 6?
- Делятся на 7?
- Делятся на 8?
- Делятся на 6 или 7 или 8?

Решение задачи 8.

Имеется всего $[\frac{2003}{6}] = 333$ целых числа, которые делятся на 6.

Имеется всего $[\frac{2003}{7}] = 286$ целых чисел, которые делятся на 7.

Имеется всего $[\frac{2003}{8}] = 250$ целых чисел, которые делятся на 8.

Имеется всего $[\frac{2003}{6 \cdot 7}] = 47$ целых чисел, которые делятся на 6 и 7.

Имеется всего $[\frac{2003}{7 \cdot 8}] = 35$ целых чисел, которые делятся на 7 и 8.

Имеется всего $[\frac{2003}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3}] = 83$ целых числа, которые делятся на 8 и 6.

Имеется всего $[\frac{2003}{2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2}] = 11$ целых чисел, которые делятся на 6, 7 и 8.

Следовательно, количество целых чисел, которые делятся или на 6, или на 7, или на 8 равно $333 + 286 + 250 - 47 - 35 - 83 + 11 = 715$.

Ответ: a) 333; b) 286; c) 250; d) 715.

Задача 9 (16 баллов). Рассматривается последовательность, состоящая из N положительных целых чисел. Требуется вычеркнуть из последовательности наименьшее количество чисел так, чтобы оставшиеся числа шли в порядке строгого убывания.

Входные данные. Входной файл содержит целое число N ($1 \leq N \leq 1000$) – количество чисел и последовательность из N целых положительных целых чисел, каждое из которых не больше 1000.

Выходные данные. В выходной файл вывести одно целое число – количество не вычеркнутых чисел.

Примеры входных данных	Примеры выходных данных
6 2 5 3 4 6 1	3
10 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1	10

Решение задачи 9.

Язык Си.

```
#include "stdafx.h"
int const MAXN = 1000;
FILE *ifs, *ofs;
int max( int a, int b ) { return ((a > b) ? a : b); }
int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[]) {
    int n, a[MAXN], d[MAXN];
    if( (ifs = fopen( "input.txt", "r" )) == NULL ) return 1;
    if( (ofs = fopen( "output.txt", "w" )) == NULL ) return 2;
    fscanf( ifs, "%d", &n);
    for (int i = 0; i < n; i++) fscanf( ifs, "%d", &a[i] );
    for (int i=0; i<n; ++i) {
        d[i] = 1;
        for (int j=0; j<i; ++j) if (a[j] > a[i]) d[i] = max( d[i], 1 + d[j] );
    }
    int ans = d[0];
    for (int i = 0; i < n; ++i) ans = max( ans, d[i] );
    fprintf( ofs, "%d\n", ans );
    fclose( ifs );
}
```

```
fclose( ofs );  
return 0;  
}
```

Язык Паскаль.

```
program Project_3_9;  
{$APPTYPE CONSOLE}  
uses SysUtils, Math;  
const MAXN = 1000;  
var f, g: textfile;  
    n, i, j, ans: integer;  
    a, d: array[0..MAXN-1] of integer;  
begin  
    assignfile(f, 'input.txt');  
    assignfile(g, 'output.txt');  
    try  
        Reset(f);  
        Rewrite(g);  
        try  
            read(f, n);  
            for i := 0 to n-1 do read(f, a[i]);  
            for i := 0 to n-1 do  
                begin  
                    d[i] := 1;  
                    for j := 0 to i-1 do  
                        if (a[j] > a[i]) then d[i] := max(d[i], 1 + d[j]);  
                end;  
            ans := d[0];  
            for i := 0 to n do ans := max(ans, d[i]);  
            writeln(g, ans);  
        finally  
            closefile(f);  
            closefile(g);  
        end;  
end;
```

```

except
  on EInOutError do Writeln('EInOutError!');
end;
end.

```

Задача 10 (16 баллов). Ортогональную целочисленную решетку, состоящую из точек с целыми координатами в декартовой системе координат, будем обозначать через Z^2 . В узлах решетки Z^2 заданы две точки A и B. Также на решетке Z^2 даны N отрезков с концами в узлах решетки Z^2 . Точка A видна из точки B, если отрезок AB не имеет общих точек с заданными отрезками. Определить, видна ли точка A из точки B.

Входные данные. В первой строке входного файла записаны две пары целых чисел, задающих координаты точек A и B. Вторая строка входного файла содержит целое число N ($2 \leq N \leq 1000$) – количество отрезков и последовательность из N четверок целочисленных координат концов отрезков. Все координаты по модулю не больше 10^6 .

Выходные данные. В выходной файл вывести слово YES, если точка A видна из точки B, и слово NO в противном случае.

Пример входных данных	Пример выходных данных
0 0 5 5 2 0 3 3 3 3 0 6 3	NO

Решение задачи 10.

Язык Си.

```

#include "stdafx.h"
FILE *ifs, *ofs;
struct point { double x, y; };
double min(double a, double b) { return ((a <= b) ? a : b); }
double max(double a, double b) { return ((a >= b) ? a : b); }
int direction(struct point pi, struct point pj, struct point pk) {
    return (((pk.x-pi.x)*(pj.y-pi.y)-(pj.x-pi.x)*(pk.y-pi.y)) >= 0 ? 1 : -1);
}
bool on_segment(struct point pi, struct point pj, struct point pk) {
    if ((pk.x >= min(pi.x, pj.x) && pk.x <= max(pi.x, pj.x)) &&
        (pk.y >= min(pi.y, pj.y) && pk.y <= max(pi.y, pj.y))) return true;
}

```

```

else return false;
}
bool segment_intersect(struct point p1, struct point p2, struct point p3, struct point p4) {
    int d1, d2, d3, d4;
    d1 = direction( p3, p4, p1 );
    d2 = direction( p3, p4, p2 );
    d3 = direction( p1, p2, p3 );
    d4 = direction( p1, p2, p4 );
    if ((d1 > 0 && d2 < 0 || d1 < 0 && d2 > 0) && (d3 > 0 && d4 < 0 || d3 < 0 && d4 > 0)) return true;
    else if (d1 = 0 && on_segment( p3, p4, p1 )) return true;
    else if (d2 = 0 && on_segment( p3, p4, p2 )) return true;
    else if (d3 = 0 && on_segment( p1, p2, p3 )) return true;
    else if (d4 = 0 && on_segment( p1, p2, p4 )) return true;
    else return false;
}
int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[]) {
    int n;
    bool flag = true;
    struct point a, b, c, d;
    if( (ifs = fopen( "input.txt", "r" )) == NULL) return 1;
    if( (ofs = fopen( "output.txt", "w" )) == NULL) return 2;
    fscanf( ifs, "%lf %lf %lf %lf", &a.x, &a.y, &b.x, &b.y );
    fscanf( ifs, "%d", &n );
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        fscanf( ifs, "%lf %lf %lf %lf", &c.x, &c.y, &d.x, &d.y );
        if (segment_intersect( a, b, c, d )) { flag = false; break; }
    }
    fprintf( ofs, (flag) ? "YES" : "NO" );
    fclose( ifs );
    fclose( ofs );
    return 0;
}

```

Язык Паскаль.

```

program Project_3_10;
{$APPTYPE CONSOLE}
uses SysUtils, Math;
type Point = record x, y: Double; end;
var n, i: Integer;
    flag: Boolean;
    a, b, c, d: Point;
    f, g: TextFile;
function Direction(pi, pj, pk: Point): TValueSign;
begin
    Result := Sign((pk.x-pi.x)*(pj.y-pi.y)-(pj.x-pi.x)*(pk.y-pi.y));
end;
function OnSegment(pi, pj, pk: Point): Boolean;
begin
    Result := ((pk.x >= Min(pi.x, pj.x)) and (pk.x <= Max(pi.x, pj.x))) and
        ((pk.y >= Min(pi.y, pj.y)) and (pk.y <= Max(pi.y, pj.y)));
end;
function SegmentIntersect(p1, p2, p3, p4: Point): Boolean;
var d1, d2, d3, d4: TValueSign;
begin
    d1 := Direction(p3, p4, p1);
    d2 := Direction(p3, p4, p2);
    d3 := Direction(p1, p2, p3);
    d4 := Direction(p1, p2, p4);
    if (((d1 > 0) and (d2 < 0)) or ((d1 < 0) and (d2 > 0))) and
        (((d3 > 0) and (d4 < 0)) or ((d3 < 0) and (d4 > 0))) then Result := True
    else if (d1 = 0) and OnSegment(p3, p4, p1) then Result := True
    else if (d2 = 0) and OnSegment(p3, p4, p2) then Result := True
    else if (d3 = 0) and OnSegment(p1, p2, p3) then Result := True
    else if (d4 = 0) and OnSegment(p1, p2, p4) then Result := True
    else Result := False;
end;
begin
    AssignFile(f, 'input.txt');
    AssignFile(g, 'output.txt');

```

```
try
  Reset(f);
  Rewrite(g);
try
  flag := true;
  Readln(f, a.x, a.y, b.x, b.y);
  Read(f, n);
  for i := 1 to n do
  begin
    Read(f, c.x, c.y, d.x, d.y );
    if (SegmentIntersect( a, b, c, d )) then
    begin
      flag := false;
      break;
    end;
  end;
  if flag then Writeln(g, 'YES')
  else Writeln(g, 'NO')
finally
  CloseFile(f);
  CloseFile(g);
end;
except
  on EInOutError do Writeln('InOutError!');
end;
end.
```

**Первый (отборочный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по образовательному предмету
«Информтика», осень 2015 г.
Вариант № 4**

Задача 1 (8 баллов). Перевести десятичное число $A_{10} = 5246,34765625$ в шестнадцатеричную систему счисления.

Решение задачи 1.

- 1) $5246/16 = 327$ и 14 в остатке. $327/16 = 20$ и 7 в остатке. $20/16 = 1$ и 4 в остатке. $5246_{10} = 147E_{16}$.
- 2) $0,34765625 * 16 = 5,5625$. $0,5625 * 16 = 9$. $0,34765625_{10} = 59_{16}$.

Ответ: $A_{16} = 147E,59$.

Задача 2 (8 баллов). Найти разность шестнадцатеричных чисел $A_{16} = 3E2$ и $B_{16} = 6B1$, используя 16-разрядный сумматор, старший разряд которого знаковый. Ответ дать в шестнадцатеричной форме. Числа со знаком, выражаемые с использованием 16 двоичных разрядов, должны находиться между -32768 и 32767 . При переполнении разрядной сетки ответ сопроводить сообщением.

Решение задачи 2.

- 1) $A - B = A + (-B)$.
- 2) $[A_2]_{пр} = 0,000\ 0011\ 1110\ 0010$ $[-B_2]_{пр} = 1,000\ 0110\ 1011\ 0001$
- 3) $[A_2]_д = 0,000\ 0011\ 1110\ 0010$ $[-B_2]_д = 1,111\ 1001\ 0100\ 1111$
- 4) $[A_2]_д^M = 00,000\ 0011\ 1110\ 0010$ $[-B_2]_д^M = 11,111\ 1001\ 0100\ 1111$
- 5) $[A_2]_д^M + [-B_2]_д^M = 00,000\ 0011\ 1110\ 0010 + 11,111\ 1001\ 0100\ 1111 = 11,111\ 1101\ 0011\ 0001$
- 6) $[C_2]_{пр} = 1,000\ 0010\ 1100\ 1110$

Ответ: $C_{16} = 82CF$

Задача 3 (8 баллов). Дано выражение, в котором используются операции над булевыми величинами, принимающими значения 0 (ложь) и 1 (истина). Выражение может содержать круглые скобки и следующие знаки операций: отрицание (\neg), конъюнкция (\wedge), дизъюнкция (\vee),

импликация (\rightarrow). Операции имеют следующие уровни приоритета: уровень 1 (\neg), уровень 2 (\wedge), уровень 3 (\vee), уровень 4 (\rightarrow). Построить таблицу истинности для выражения $((p \vee r) \rightarrow q) \rightarrow ((p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r))$.

Решение задачи 3.

p	q	r	$p \vee r$	$(p \vee r) \rightarrow q$	$p \rightarrow q$	$p \rightarrow r$	$(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)$	$((p \vee r) \rightarrow q) \rightarrow ((p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r))$
0	0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0	0	0	1
1	0	1	1	0	0	1	1	1
1	1	0	1	1	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1

Задача 4 (8 баллов). Дано выражение, в котором используются поразрядные операции над 8-ми разрядными целыми числами без знака. В выражении используются круглые скобки и следующие знаки операций: поразрядное НЕ (\sim), поразрядное И ($\&$), поразрядное ИЛИ (\mid), поразрядный сдвиг влево (\ll), поразрядный сдвиг вправо (\gg). Операции имеют следующие уровни приоритета: уровень 1 (\sim), уровень 2 (\ll и \gg), уровень 3 ($\&$), уровень 4 (\mid). Вычислить значение следующего выражения: $(a \& \sim(b \ll 1)) \gg 2 \mid \sim(a \ll 1) \& b \gg 2$ для $a = 204$ и $b = 170$. Ответ дать в двоичной и десятичной формах.

Решение задачи 4.

- 1) $a = c_{16} = 11001100_2$
- 2) $b = a_{16} = 10101010_2$
- 3) $b \ll 1 = 54_{16} = 01010100_2$
- 4) $\sim(b \ll 1) = ab_{16} = 10101011_2$
- 5) $a \& \sim(b \ll 1) = 88_{16} = 10001000_2$
- 6) $(a \& \sim(b \ll 1)) \gg 2 = 22_{16} = 00100010_2$
- 7) $a \ll 1 = 98_{16} = 10011000_2$
- 8) $\sim(a \ll 1) = 67_{16} = 01100111_2$

$$9) b \gg 2 = 2a_{16} = 00101010_2$$

$$10) \sim(a \ll 1) \& b \gg 2 = 22_{16} = 00100010_2$$

$$11) (a \& \sim(b \ll 1)) \gg 2 \mid \sim(a \ll 1) \& b \gg 2 = 22_{16} = 00100010_2$$

Ответ: $00100010_2 = 34_{10}$.

Задача 5 (8 баллов). Пусть $\{a_n\}$ ($n \geq 1$) – последовательность, для которой $a_{n+2} - 4a_{n+1} + 4a_n = 0$.

Вычислить a_{10} , зная, что

$$a_1 = 0, a_2 = -4.$$

Решение задачи 5.

Первый способ. $a_1 = 0, a_2 = -4, a_3 = -16, a_4 = -48, a_5 = -128, a_6 = -320, a_7 = -768, a_8 = -1792, a_9 = -4096, a_{10} = -9216$.

Второй способ. Можно найти выражение для a_n через n , считая, что a_1 и a_2 заданы. Выражение будет таким: $a_n = (1 - n) \cdot 2^n$. Для $n = 10$ будем иметь: $a_{10} = (1 - 10) \cdot 2^{10} = -9 \cdot 1024 = -9216$.

Ответ: $a_{10} = -9216$.

Задача 6 (8 баллов). Дана постфиксная запись арифметического выражения $a b + c * d + e * f + g * h + i *$. Найти инфиксную запись этого выражения, не содержащую лишних круглых скобок.

Решение задачи 6

Сначала надо построить бинарное дерево, изображающее арифметическое выражение. Корень дерева и все внутренние вершины дерева являются бинарными операторами, а листья дерева – операндами. При построении дерева постфиксная запись выражения читается слева направо один раз, а дерево строится снизу вверх (от листьев к корню). Затем надо обойти дерево в центрированном порядке (in-ordered): левое поддерево – вершина – правое поддерево.

Ответ: $((((a + b) * c + d) * e + f) * g + h) * i$.

Задача 7 (8 баллов). Сколько существует целых чисел между 0 и 1000, содержащих ровно одну цифру 6?

Решение задачи 7.

Пусть S – множество целых чисел между 0 и 1000. Пусть S_1 – подмножество множества S , которое содержит число, состоящее из одной цифры, и эта цифра равна 6. Пусть S_2 – подмножество множества S , которое содержит двузначные числа ровно с одной цифрой, равной 6. Пусть S_3 – подмножество множества S , которое содержит трехзначные числа ровно с одной цифрой, равной 6. Множество S_1 содержит только один элемент – число 6. В S_2 каждый элемент, содержащий 6, имеет ее либо первой, либо второй цифрой. Если 6 – вторая цифра, то существует 8 различных чисел, поскольку первое число не может быть 0 или 6. Если 6 – первая цифра, то таких чисел 9, поскольку вторая цифра не может 6. Таким образом, S_2 содержит $8 + 9 = 17$ элементов. Элемент из S_3 содержит 6 как первую, вторую или третью цифру. Элемент из S_3 содержит 6 как первую, вторую или третью цифру. Если 6 – первая цифра, то существуют 9 вариантов выбора второй цифры и 9 вариантов выбора третьей цифры. Согласно комбинаторному принципу умножения, S_3 содержит $9 * 9 = 81$ число с 6 как первой цифрой. Если 6 – вторая цифра, то имеются 9 вариантов выбора третьей цифры и 8 вариантов выбора первой цифры, поскольку первая цифра не может быть нулем. Следовательно, S_3 содержит $9 * 8 = 72$ числа, у которых 6 – вторая цифра. Аналогично, S_3 содержит 72 числа, у которых 6 – третья цифра. Следовательно, всего S_3 содержит $81 + 72 + 72 = 225$ элементов. Поскольку $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3$, то S содержит $1 + 17 + 225 = 243$ элемента.

Ответ: 243.

Задача 8 (12 баллов). Сколько существует положительных пятизначных целых чисел, которые

- Начинаются с 3?
- Заканчиваются на 5?
- Содержат цифру 7?
- Начинаются с 3 и заканчиваются на 5 или содержат цифру 7?

Решение задачи 8.

Пусть S – множество положительных пятизначных целых чисел, т. е. целых чисел между 10000 и 99999. Пусть S_3 – подмножество множества S , которое содержит положительные пятизначные целые числа, начинающиеся с 3. Пусть S_5 – подмножество множества S , которое содержит положительные пятизначные целые числа, заканчивающиеся на 5. Пусть S_7 – подмножество множества S , которое содержит положительные пятизначные целые числа, включающие цифру 7.

Пусть S_7' – подмножество множества S , которое содержит положительные пятизначные целые числа, **не** включающие цифру 7. Тогда имеем

$$|S| = 99999 - 10000 + 1 = 90000.$$

$$|S_3| = 39999 - 30000 + 1 = 10000.$$

$$|S_5| = [89999/5] - [89999/10] = 17999 - 8999 = 9000.$$

Для S_7' существует 8 вариантов выбора первой цифры (поскольку цифры 0 и 7 исключены) и 9 вариантов выбора каждой из четырех оставшихся цифр (поскольку цифра 7 исключена). Поэтому $|S_7'| = 8 \cdot 9^4 = 8 \cdot 6561 = 52488$. Тогда $|S_7| = |S| - |S_7'| = 90000 - 52488 = 37512$.

Для чисел, начинающихся с 3 и заканчивающихся на 5, существует 10 вариантов выбора каждой из трех промежуточных цифр. Следовательно, $|S_3 \cap S_5| = 10^3 = 1000$. Среди этих чисел имеется $9^3 = 729$ чисел, **не** включающих цифру 7. Тогда количество положительных пятизначных целых чисел, которые начинаются с 3 и заканчиваются на 5 или содержат цифру 7, равно $729 + 37512 = 38241$.

Ответ: а) 10000; б) 9000; в) 37512; г) 38241

Задача 9 (16 баллов). Факторизацией натурального числа называется его разложение в произведение простых множителей. Существование и единственность (с точностью до порядка следования множителей) такого разложения следует из основной теоремы арифметики. Выполнить факторизацию натурального числа N ($1 \leq N \leq 10^6$).

Входные данные. Входной файл содержит произвольное количество натуральных чисел, по одному числу в строке.

Выходные данные. В выходной файл для каждого числа во входном файле вывести строку, содержащую исходное число N , знак '=' и разложение в произведение простых множителей. Множители должны разделяться знаком '*'.

Пример входных данных	Пример выходных данных
2	2 = 2
3571	3571 = 3571
380570190	380570190 = 2*3*5*7*11*13*19*23*29

Решение задачи 9.

Язык Си.

```

#include "stdafx.h"
#include <math.h>
FILE *ifs, *ofs;
void solve( int n ) {
    int divider, upper_limit;
    bool flag = false;
    fprintf( ofs, "%d =", n );
    if (n <= 1) fprintf( ofs, "%d\n", n );
    else {
        divider = 2;
        upper_limit = int(sqrt( (double)n ) + 0.5 );
        while (divider <= upper_limit) {
            if (n % divider == 0) {
                n = n / divider;
                if (!flag) { flag = true; fprintf( ofs, " %d", divider ); }
                else fprintf( ofs, " *%d", divider );
                while (n % divider == 0) { n = n / divider; fprintf( ofs, " *%d", divider ); }
                upper_limit = int(sqrt( (double)n ) + 0.5 );
            }
            divider++;
        }
        if (n == 0) fprintf( ofs, "\n" );
        else { if (flag) fprintf( ofs, " *%d\n", n ); else fprintf( ofs, " %d\n", n ); }
    }
}
int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[]) {
    int n;
    if( (ifs = fopen( "input.txt", "r" )) == NULL ) return 1;
    if( (ofs = fopen( "output.txt", "w" )) == NULL ) return 2;
    while ( !feof( ifs ) ) { fscanf( ifs, "%d", &n ); if ( feof( ifs ) ) break; solve( n ); }
    fclose( ifs );
    fclose( ofs );
    return 0;
}

```

Язык Паскаль.

```
program Project_4_9;
{$APPTYPE CONSOLE}
uses SysUtils;
var f, g: TextFile;
    N: Integer; // High(Integer) = 2147483647
procedure Solve(N: Integer);
var Divider, UpperLimit: Integer;
    Flag: Boolean;
begin
    Flag := False;
    Write(g, N, ' =');
    if N <= 1 then Writeln(g, ' ', N)
    else
    begin
        Divider := 2;
        UpperLimit := Round(Sqrt(N));
        while (Divider <= UpperLimit) do
        begin
            if N mod Divider = 0 then
            begin
                N := N div Divider;
                if not Flag then
                begin
                    Flag := True;
                    Write(g, ' ', Divider);
                end
            else Write(g, '*', Divider);
            while N mod Divider = 0 do
            begin
                N := N div Divider;
                Write(g, '*', Divider);
            end;
            UpperLimit := Round(Sqrt(N));
```

```

    end;
    Inc(Divider);
end;
if N = 0 then Writeln(g)
else
begin
    if Flag then Writeln(g, '*', N)
    else Writeln(g, ' ', N);
end;
end;
end;
begin
    AssignFile(f, 'input.txt');
    AssignFile(g, 'output.txt');
try
    Reset(f);
    Rewrite(g);
try
    while not Eof(f) do
    begin
        Readln(f, N);
        Solve(N);
    end;
finally
    CloseFile(f);
    CloseFile(g);
end;
except
    on EInOutError do Writeln('EInOutError!');
end;
end.

```

Задача 10 (16 баллов). В первом квадранте декартовой системы координат на плоскости заданы два прямоугольных треугольника. Катеты треугольников параллельны осям координат, прямые углы треугольников размещены слева внизу. Найти площадь пересечения треугольников.

Входные данные. Каждый треугольник задается четырьмя действительными числами: x_{\min} , y_{\min} , x_{\max} , y_{\max} , где x_{\min} , y_{\min} – координаты вершины прямого угла треугольника, x_{\max} , y_{\max} – координаты правого верхнего угла описанного прямоугольника. Каждая строка входного файла содержит данные об одном треугольнике. Все координаты не больше 10^6 .

Выходные данные. В выходной файл вывести одно действительное число – площадь пересечения треугольников. Результат вывести с точностью 0,001.

Пример входных данных	Пример выходных данных
0 0 4 3 2 1 5 2	0.167

Решение задачи 10.

Язык Си.

```
#include "stdafx.h"
FILE *ifs, *ofs;
double x_min_1, y_min_1, x_max_1, y_max_1;
double x_min_2, y_min_2, x_max_2, y_max_2;
double max_x_min, max_y_min;
double x__1, y__1, x__2, y__2;
double t, x_cross, y_cross, k1, k2, s;
void cut_left( double &x_min, double &y_min, double &x_max, double &y_max, double max_x_min ) {
    if(x_min < max_x_min) {
        if(x_max <= max_x_min) { x_min = max_x_min; x_max = max_x_min; y_max = y_min; }
        else { y_max = y_min + (y_max - y_min) * (x_max - max_x_min) / (x_max - x_min); x_min =
max_x_min; }
    }
}
int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[]) {
    if( (ifs = fopen( "input.txt", "r" )) == NULL ) return 1;
    if( (ofs = fopen( "output.txt", "w" )) == NULL ) return 2;
    fscanf( ifs, "%lf %lf %lf %lf", &x_min_1, &y_min_1, &x_max_1, &y_max_1 );
    fscanf( ifs, "%lf %lf %lf %lf", &x_min_2, &y_min_2, &x_max_2, &y_max_2 );
    if(x_min_1 > x_min_2) max_x_min = x_min_1;
    else max_x_min = x_min_2;
```

```

if(y_min_1 > y_min_2) max_y_min = y_min_1;
else max_y_min = y_min_2;
cut_left(x_min_1, y_min_1, x_max_1, y_max_1, max_x_min);
cut_left(y_min_1, x_min_1, y_max_1, x_max_1, max_y_min);
cut_left(x_min_2, y_min_2, x_max_2, y_max_2, max_x_min);
cut_left(y_min_2, x_min_2, y_max_2, x_max_2, max_y_min);
x__1 = x_max_1 - max_x_min; y__1 = y_max_1 - max_y_min;
x__2 = x_max_2 - max_x_min; y__2 = y_max_2 - max_y_min;
if(x__1 > x__2) { t = x__1; x__1 = x__2; x__2 = t; t = y__1; y__1 = y__2; y__2 = t; }
if(y__1 <= y__2) s = 0.5 * x__1 * y__1;
else {
    k1 = y__1 / x__1; k2 = y__2 / x__2;
    x_cross = (y__1 - y__2) / (k1 - k2); y_cross = y__1 - k1 * x_cross;
    s = 0.5 * x_cross * (y__2 + y_cross) + 0.5 * (x__1 - x_cross) * y_cross;
}
fprintf( ofs, "%lf\n", s );
return 0;
}

```

Язык Паскаль.

```

program Project_4_10;
{$APPTYPE CONSOLE}
uses SysUtils;
var f, g: TextFile;
    x_min_1, y_min_1, x_max_1, y_max_1,
    x_min_2, y_min_2, x_max_2, y_max_2,
    max_x_min, max_y_min,
    x__1, y__1, x__2, y__2,
    t, x_cross, y_cross, k1, k2, s: double;
procedure cut_left(var x_min, y_min, x_max, y_max: double; const max_x_min: double);
begin
    if (x_min < max_x_min) then
    begin
        if (x_max <= max_x_min) then

```

```

begin
  x_min := max_x_min;
  x_max := max_x_min;
  y_max := y_min;
end
else
begin
  y_max := y_min + (y_max - y_min) * (x_max - max_x_min) / (x_max - x_min);
  x_min := max_x_min;
end;
end;
end;
begin
AssignFile(f, 'input.txt');
AssignFile(g, 'output.txt');
try
Reset(f);
Rewrite(g);
try
  Readln(f, x_min_1, y_min_1, x_max_1, y_max_1);
  Readln(f, x_min_2, y_min_2, x_max_2, y_max_2);
  if (x_min_1 > x_min_2) then max_x_min := x_min_1
  else max_x_min := x_min_2;
  if (y_min_1 > y_min_2) then max_y_min := y_min_1
  else max_y_min := y_min_2;
  cut_left( x_min_1, y_min_1, x_max_1, y_max_1, max_x_min );
  cut_left( y_min_1, x_min_1, y_max_1, x_max_1, max_y_min );
  cut_left( x_min_2, y_min_2, x_max_2, y_max_2, max_x_min );
  cut_left( y_min_2, x_min_2, y_max_2, x_max_2, max_y_min );
  x__1 := x_max_1 - max_x_min;
  y__1 := y_max_1 - max_y_min;
  x__2 := x_max_2 - max_x_min;
  y__2 := y_max_2 - max_y_min;
  if (x__1 > x__2) then
begin

```

```
t := x__1; x__1 := x__2; x__2 := t;
t := y__1; y__1 := y__2; y__2 := t;
end;
if (y__1 <= y__2) then s := 0.5 * x__1 * y__1
else
begin
k1 := y__1 / x__1;
k2 := y__2 / x__2;
x_cross := (y__1 - y__2) / (k1 - k2);
y_cross := y__1 - k1 * x_cross;
s := 0.5 * x_cross * (y__2 + y_cross) + 0.5 * (x__1 - x_cross) * y_cross;
end;
writeln(g, s:0:3);
finally
CloseFile(f);
CloseFile(G);
end;
except
on EInOutError do Writeln('EInOutError!');
end;
end.
```

**Первый (отборочный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по образовательному предмету
«Информатика», осень 2015 г.
Вариант № 5**

Задача 1 (8 баллов). Перевести шестнадцатеричное число $A_{16} = 5C,3A$ в десятичную систему счисления.

Решение задачи 1.

1) $5C_{16} = 5 \cdot 16^1 + 12 \cdot 16^0 = 5 \cdot 16 + 12 \cdot 1 = 80 + 12 = 92_{10}$.

2) $0,3A_{16} = 3 \cdot 16^{-1} + 10 \cdot 16^{-2} = 3 \cdot (1/16) + 10 \cdot (1/256) = 3/16 + 10/256 = 0,1875 + 0,0390625 = 0,2265625_{10}$.

Ответ: $A_{10} = 92,2265625$

Задача 2 (8 баллов). Найти сумму шестнадцатеричных чисел $A_{16} = 3C14$ и $B_{16} = 89AC$, используя 16-разрядный сумматор, старший разряд которого знаковый. Ответ дать в шестнадцатеричной форме. Числа со знаком, выражаемые с использованием 16 двоичных разрядов, должны находиться между -32768 и 32767 . При переполнении разрядной сетки ответ сопроводить сообщением.

Решение задачи 2.

1) $[A_2]_{\text{пр}} = 0,011\ 1100\ 0001\ 0100$ $[B_2]_{\text{пр}} = 1,000\ 1001\ 1010\ 1100$

2) $[A_2]_{\text{д}} = 0,011\ 1100\ 0001\ 0100$ $[B_2]_{\text{д}} = 1,111\ 0110\ 0101\ 0100$

3) $[A_2]_{\text{д}}^M = 00,011\ 1100\ 0001\ 0100$ $[B_2]_{\text{д}}^M = 11,111\ 0110\ 0101\ 0100$

4) $[A_2]_{\text{д}}^M + [B_2]_{\text{д}}^M = 00,011\ 1100\ 0001\ 0100 + 11,111\ 0110\ 0101\ 0100 = 00,011\ 0010\ 0110\ 1000$

5) $[C_2]_{\text{пр}} = 0,011\ 0010\ 0110\ 1000$

Ответ: $C_{16} = 3268$

Задача 3 (8 баллов). Дано выражение, в котором используются операции над булевыми величинами, принимающими значения Т (истина) и F (ложь). Выражение может содержать

круглые скобки и следующие знаки операций: отрицание (\neg), конъюнкция (\wedge), дизъюнкция (\vee), импликация (\rightarrow). Операции имеют следующие уровни приоритета: уровень 1 (\neg), уровень 2 (\wedge), уровень 3 (\vee), уровень 4 (\rightarrow). Построить таблицу истинности для выражения $((p \rightarrow q) \vee r) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$.

Решение задачи 3.

p	q	r	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \vee r$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$	$((p \rightarrow q) \vee r) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$
T	T	T	T	T	F	F	F	F
T	T	F	T	T	F	F	F	F
T	F	T	F	T	F	T	T	T
T	F	F	F	F	F	T	T	T
F	T	T	T	T	T	F	T	T
F	T	F	T	T	T	F	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T	T	T

Задача 4 (8 баллов). Дано выражение, в котором используются поразрядные операции над 8-ми разрядными целыми числами без знака. В выражении используются круглые скобки и следующие знаки операций: поразрядное НЕ (\sim), поразрядное И ($\&$), поразрядное ИЛИ ($|$), поразрядный сдвиг влево (\ll), поразрядный сдвиг вправо (\gg). Операции имеют следующие уровни приоритета: уровень 1 (\sim), уровень 2 (\ll и \gg), уровень 3 ($\&$), уровень 4 ($|$). Вычислить значение следующего выражения: $\sim(b \ll 1 \& b \gg 1) \& ((a | b) \gg 1 | (a \& b) \ll 1)$ для $a = 240$ и $b = 15$. Ответ дать в двоичной и десятичной формах.

Решение задачи 4.

- 1) $a = 11110000_2$
- 2) $b = 00001111_2$
- 3) $b \ll 1 = 1e_{16} = 00001110_2$
- 4) $b \gg 1 = 7_{16} = 00000111_2$
- 5) $b \ll 1 \& b \gg 1 = 6_{16} = 00000110_2$
- 6) $\sim(b \ll 1 \& b \gg 1) = f9_{16} = 11111001_2$
- 7) $a | b = ff_{16} = 11111111_2$

$$8) (a | b) \gg 1 = 7f_{16} = 01111111_2$$

$$9) a \& b = 0_{16} = 00000000_2$$

$$10) (a \& b) \ll 1 = 0_{16} = 00000000_2$$

$$11) (a | b) \gg 1 | (a \& b) \ll 1 = 7f_{16} = 01111111_2$$

$$12) \sim(b \ll 1 \& b \gg 1) \& ((a | b) \gg 1 | (a \& b) \ll 1) = 79_{16} = 01111001_2$$

Ответ: $01111001_2 = 121_{10}$

Задача 5 (8 баллов). Пусть $\{a_n\}$ ($n \geq 1$) – последовательность, для которой $a_{n+2} - 3a_{n+1} + a_n = n$.
Вычислить a_{10} , зная, что $a_1 = 1$, $a_2 = 0$.

Решение задачи 5.

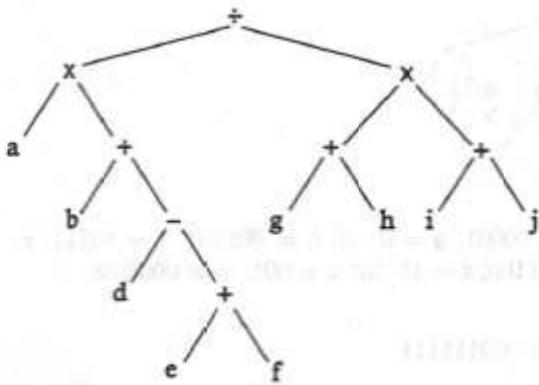
$$a_1 = 1, a_2 = 0, a_3 = 0, a_4 = 2, a_5 = 9, a_6 = 29, a_7 = 83, a_8 = 226, a_9 = 602, a_{10} = 1588.$$

Ответ: $a_{10} = 1588$

Задача 6 (8 баллов). Дана инфиксная запись арифметического выражения $(a * (b + (d - (e + f)))) / ((g + h) * (i + j))$. Найти префиксную запись этого выражения.

Решение задачи 6.

Сначала надо построить бинарное дерево, изображающее арифметическое выражение. Корень дерева и все внутренние вершины дерева являются бинарными операторами, а листья дерева – операндами. Построенное дерево имеет вид, представленный на рисунке. Затем надо обойти дерево в прямом порядке (pre-ordered): вершина – левое поддерево – правое поддерево.

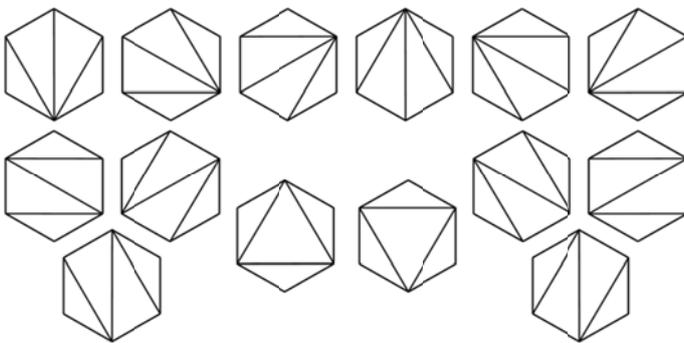


Ответ: $/ * a + b - d + e f * + g h + i j$

Задача 7 (8 баллов). Сколько существует способов разбиения выпуклого шестиугольника на треугольники, путем соединения вершин шестиугольника с использованием трех непересекающихся отрезков.

Решение задачи 7.

Первый способ. Задачу можно решить методом полного перебора, который дает следующие 14 вариантов:



Второй способ. Можно показать, что число разбиений выпуклого шестиугольника на треугольники, путем соединения вершин шестиугольника с использованием трех непересекающихся отрезков, определяется четвертым числом Каталана. Само число Каталана выражается формулой $C(n) = \frac{(2n)!}{n!(n+1)!}$. $C(4) = \frac{(2 \cdot 4)!}{4!(4+1)!} = \frac{(8)!}{4!(5)!} = \frac{(6 \cdot 7 \cdot 8)}{(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4)} = 2 \cdot 7 = 14$.

Ответ: 14

Задача 8 (12 баллов). Предположим, что из 100 опрошенных студентов 50 изучают химию, 53 – математику, 42 – физику, 15 – химию и физику, 20 занимаются физикой и математикой, 25 – математикой и химией и 5 студентов изучают все три предмета.

- Сколько студентов изучают хотя бы один из трех перечисленных предметов?
- Сколько студентов не изучают ни один из трех перечисленных предметов?
- Сколько студентов изучают только математику?
- Сколько студентов изучают физику или химию, но не изучают математику?

Решение задачи 8.

Задачу можно решить графически (с использованием диаграмм Эйлера-Венна). Предлагается аналитический метод (с использованием комбинаторного принципа сложения).

Пусть универсум U – множество из 100 студентов, X – множество студентов, изучающих химию, M – множество студентов, изучающих математику, Φ – множество студентов, изучающих физику. Тогда множество студентов, изучающих хотя бы один из трех перечисленных предметов, равно

$$|X \cup M \cup \Phi| = |X| + |M| + |\Phi| - |X \cap M| - |M \cap \Phi| - |\Phi \cap X| + |X \cap M \cap \Phi| = 50 + 53 + 42 - 25 - 20 - 15 + 5 = 90.$$

Множество студентов, не изучающих ни один из трех перечисленных предметов, равно

$$|U| - |X \cup M \cup \Phi| = 100 - 90 = 10.$$

Множество студентов, изучающих только математику, равно

$$|M| - |X \cap M| - |M \cap \Phi| + |X \cap M \cap \Phi| = 53 - 25 - 20 + 5 = 13.$$

Множество студентов, изучающих физику или химию, но не изучают математику, равно

$$|X| + |\Phi| - |X \cap M| - |M \cap \Phi| - |\Phi \cap X| + |X \cap M \cap \Phi| = 50 + 42 - 25 - 20 - 15 + 5 = 37.$$

Ответ: а) 90; б) 10; в) 13; г) 37

Задача 9 (16 баллов). Два различных натуральных числа называются дружественными, если первое из них равно сумме делителей второго числа, за исключением самого второго числа, а второе равно сумме делителей первого числа, за исключением самого первого числа. Написать программу для нахождения всех пар дружественных чисел, оба из которых принадлежат промежутку от M до N.

Входные данные. Входной файл содержит два целых числа M и N ($1 \leq M \leq N \leq 10^6$).

Выходные данные. В выходной файл вывести все найденные пары дружественных чисел, если они есть. Первое число пары должно быть меньше второго. Если в заданном промежутке пар дружественных чисел нет, вывести слово ABSENT.

Примеры входных данных	Примеры выходных данных
200 300	220 284
200 250	ABSENT

Решение задачи 9.

Язык Си.

```
#include "stdafx.h"
FILE *ifs, *ofs;
typedef unsigned long long int ULLI;
ULLI sum_of_divs(ULLI number) {
    ULLI sum = 0;
    for (ULLI d = 1; d < number / 2 + 1; ++d) if (number % d == 0) sum += d;
    return sum;
}
bool is_friendly(ULLI number1, ULLI number2) {
    return sum_of_divs(number1) == number2 && sum_of_divs(number2) == number1;
}
int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[]) {
    ULLI m, n;
    int k = 0;
    if( (ifs = fopen( "input.txt", "r" )) == NULL) return 1;
    if( (ofs = fopen( "output.txt", "w" )) == NULL) return 2;
    fscanf( ifs, "%lld %lld", &m, &n );
    for (ULLI i = m; i <= n; ++i)
```

```

for (ULLI j = i + 1; j <= n; ++j)
    if (is_friendly( i, j )) {
        if (i < j) fprintf( ofs, "%lld %lld", i, j );
        else fprintf( ofs, "%lld %lld", j, i );
        k++;
    }
if (k == 0) fprintf( ofs, "ABSENT" );
fclose( ifs );
fclose( ofs );
return 0;
}

```

Язык Паскаль.

```

program Project_5_9;
{$APPTYPE CONSOLE}
uses SysUtils;
function sum_of_divs(number: Integer): int64;
var sum: int64; d: Integer;
begin
    sum := 0;
    for d := 1 to number div 2 + 1 do
        if (number mod d = 0) then sum := sum + d;
    result := sum;
end;
function is_friendly(number1, number2: Integer): Boolean;
begin
    result := (sum_of_divs(number1) = number2) and (sum_of_divs(number2) = number1);
end;
var m, n, k, i, j: Integer;
    f, g: TextFile;
begin
    AssignFile(f, 'input.txt');
    AssignFile(g, 'output.txt');
    try

```

```

Reset(f);
Rewrite(g);
try
  Readln(f, m, n);
  k := 0;
  for i := m to n do
    for j := i + 1 to n do
      if (is_friendly(i, j)) then
        begin
          if (i < j) then Writeln(g, i:8, j:8)
          else Writeln(g, j:8, i:8);
          Inc(k);
        end;
      if (k = 0) then Writeln(g, 'ABSENT');
    finally
      CloseFile(f);
      CloseFile(g);
    end;
  except
    on EInOutError do Writeln('InOutError!');
  end;
end.

```

Задача 10 (16 баллов). На плоскости даны простой многоугольник (т. е. без самокасаний и самопересечений, но не обязательно выпуклый) и точка. Требуется решить вопрос о принадлежности точки многоугольнику.

Входные данные. Входной файл содержит целое число N ($3 \leq N \leq 1000$) – количество вершин многоугольника, последовательность из N пар действительных координат вершин многоугольника и действительные координаты точки. Все координаты по модулю не больше 10^6 . Вершины многоугольника заданы в порядке их обхода против часовой стрелки.

Выходные данные. В выходной файл вывести слово YES, если точка принадлежит многоугольнику, и слово NO в противном случае.

Примеры входных данных	Примеры выходных данных
3 0 0 3 0 0 3 1 1	YES
4 0 0 4 0 1 1 0 4 1.5 1.5	NO

Решение задачи 10.

Язык Си.

```
#include "stdafx.h"
FILE *ifs, *ofs;
struct point { double x, y; };
double min(double a, double b) { return ((a < b) ? a : b); }
double max(double a, double b) { return ((a > b) ? a : b); }
int direction(struct point pi, struct point pj, struct point pk) {
    return (((pk.x-pi.x)*(pj.y-pi.y)-(pj.x-pi.x)*(pk.y-pi.y)) >= 0 ? 1 : -1);
}
bool on_segment(struct point pi, struct point pj, struct point pk) {
    if ((pk.x >= min(pi.x, pj.x) && pk.x <= max(pi.x, pj.x)) &&
        (pk.y >= min(pi.y, pj.y) && pk.y <= max(pi.y, pj.y))) return true;
    else return false;
}
bool segment_intersect(struct point p1, struct point p2, struct point p3, struct point p4) {
    int d1, d2, d3, d4;
    d1 = direction( p3, p4, p1 );
    d2 = direction( p3, p4, p2 );
    d3 = direction( p1, p2, p3 );
    d4 = direction( p1, p2, p4 );
    if ((d1 > 0 && d2 < 0 || d1 < 0 && d2 > 0) && (d3 > 0 && d4 < 0 || d3 < 0 && d4 > 0)) return true;
    else if (d1 = 0 && on_segment( p3, p4, p1 )) return true;
    else if (d2 = 0 && on_segment( p3, p4, p2 )) return true;
    else if (d3 = 0 && on_segment( p1, p2, p3 )) return true;
    else if (d4 = 0 && on_segment( p1, p2, p4 )) return true;
    else return false;
}
int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[]) {
    int n, k = 0;
    struct point p, q, a[1000];
    if( (ifs = fopen( "input.txt", "r" )) == NULL) return 1;
    if( (ofs = fopen( "output.txt", "w" )) == NULL) return 2;
```

```

fscanf( ifs, "%d", &n );
for (int i = 0; i < n; i++) fscanf( ifs, "%lf %lf", &a[i].x, &a[i].y );
fscanf( ifs, "%lf %lf", &p.x, &p.y );
q.x = 1e6 + 1; q.y = p.y;
for (int i = 0; i < n - 1; i++) if (segment_intersect( p, q, a[i], a[i + 1] )) k++;
if (segment_intersect( p, q, a[n - 1], a[0] )) k++;
fprintf( ofs, (k % 2 != 0) ? "YES" : "NO" );
fclose( ifs );
fclose( ofs );
return 0;
}

```

Язык Паскаль.

```

program Project_5_10;
{$APPTYPE CONSOLE}
uses SysUtils, Math;
type Point = record x, y: Double; end;
var N, k, i: Integer;
    p, q: Point;
    a: array[0..1000] of Point;
    f, g: TextFile;
function Direction(pi, pj, pk: Point): TValueSign;
begin
    Result := Sign((pk.x-pi.x)*(pj.y-pi.y)-(pj.x-pi.x)*(pk.y-pi.y));
end;
function OnSegment(pi, pj, pk: Point): Boolean;
begin
    Result := ((pk.x >= Min(pi.x, pj.x)) and (pk.x <= Max(pi.x, pj.x))) and
              ((pk.y >= Min(pi.y, pj.y)) and (pk.y <= Max(pi.y, pj.y)));
end;
function SegmentIntersect(p1, p2, p3, p4: Point): Boolean;
var d1, d2, d3, d4: TValueSign;
begin
    d1 := Direction(p3, p4, p1);
    d2 := Direction(p3, p4, p2);

```

```

d3 := Direction(p1, p2, p3);
d4 := Direction(p1, p2, p4);
if (((d1 > 0) and (d2 < 0)) or ((d1 < 0) and (d2 > 0))) and
    (((d3 > 0) and (d4 < 0)) or ((d3 < 0) and (d4 > 0))) then Result := True
else if (d1 = 0) and OnSegment(p3, p4, p1) then Result := True
else if (d2 = 0) and OnSegment(p3, p4, p2) then Result := True
else if (d3 = 0) and OnSegment(p1, p2, p3) then Result := True
else if (d4 = 0) and OnSegment(p1, p2, p4) then Result := True
else Result := False;
end;
begin
    AssignFile(f, 'input.txt');
    AssignFile(g, 'output.txt');
    try
        Reset(f);
        Rewrite(g);
        try
            Read(f, N);
            for i := 0 to N-1 do Read(f, a[i].x, a[i].y);
            Readln(f, p.x, p.y );
            q.x := 1001;
            q.y := p.y;
            k := 0;
            for i := 0 to N-2 do if (SegmentIntersect(p, q, a[i], a[i+1])) then Inc(k);
            if (SegmentIntersect(p, q, a[N-1], a[0] )) then Inc(k);
            if ((k mod 2) = 0 ) then Writeln(g, 'NO')
            else Writeln(g, 'YES');
        finally
            CloseFile(f);
            CloseFile(g);
        end;
    except
        on EInOutError do Writeln('InOutError!');
    end;
end.

```

**Первый (отборочный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по образовательному предмету
«Информатика», осень 2015 г.
Вариант № 6**

Задача 1 (8 баллов). Перевести шестнадцатеричное число $A_{16} = F12,AE$ в десятичную систему счисления.

Решение задачи 1.

- 1) $F12_{16} = 15 \cdot 16^2 + 1 \cdot 16^1 + 2 \cdot 16^0 = 15 \cdot 256 + 1 \cdot 16 + 2 \cdot 1 = 3840 + 16 + 2 = 3858_{10}$.
- 2) $0,AE_{16} = 10 \cdot 16^{-1} + 14 \cdot 16^{-2} = 10/16 + 14/256 = 0,625 + 0,0546875 = 0,6796875_{10}$.

Ответ: $A_{10} = 3858,6796875$

Задача 2 (8 баллов). Найти сумму шестнадцатеричных чисел $A_{16} = C12F$ и $B_{16} = 359A$, используя 16-разрядный сумматор, старший разряд которого знаковый. Ответ дать в шестнадцатеричной форме. При переполнении разрядной сетки ответ сопроводить сообщением.

Решение задачи 2.

- 1) $[A_2]_{\text{пр}} = 1,100\ 0001\ 0010\ 1111$ $[B_2]_{\text{пр}} = 0,011\ 0101\ 1001\ 1010$
- 2) $[A_2]_{\text{д}} = 1,011\ 1110\ 1101\ 0001$ $[B_2]_{\text{д}} = 0,011\ 0101\ 1001\ 1010$
- 3) $[A_2]_{\text{д}}^M = 11,011\ 1110\ 1101\ 0001$ $[B_2]_{\text{д}}^M = 00,011\ 0101\ 1001\ 1010$
- 4) $[A_2]_{\text{д}}^M + [B_2]_{\text{д}}^M = 11,011\ 1110\ 1101\ 0001 + 00,011\ 0101\ 1001\ 1010 = 11,111\ 0100\ 0110\ 1011$
- 5) $[C_2]_{\text{пр}} = 1,000\ 1011\ 1001\ 0101$

Ответ: $C_{16} = 8B95$

Задача 3 (8 баллов). Дано выражение, в котором используются операции над булевыми величинами, принимающими значения Т (истина) и F (ложь). Выражение может содержать круглые скобки и следующие знаки операций: отрицание (\neg), конъюнкция (\wedge), дизъюнкция (\vee), импликация (\rightarrow). Операции имеют следующие уровни приоритета: уровень 1 (\neg), уровень 2 (\wedge), уровень 3 (\vee), уровень 4 (\rightarrow). Построить таблицу истинности для выражения $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \neg r)) \rightarrow (r \rightarrow p)$.

Решение задачи 3.

p	q	r	$p \rightarrow q$	$\neg r$	$q \rightarrow \neg r$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \neg r)$	$r \rightarrow p$	$((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \neg r)) \rightarrow (r \rightarrow p)$
T	T	T	T	F	F	F	T	T
T	T	F	T	T	T	T	T	T
T	F	T	F	F	T	F	T	T
T	F	F	F	T	T	F	T	T
F	T	T	T	F	F	F	F	T
F	T	F	T	T	T	T	T	T
F	F	T	T	F	T	T	F	F
F	F	F	T	T	T	T	T	T

Задача 4 (8 баллов). Дано выражение, в котором используются поразрядные операции над 8-ми разрядными целыми числами без знака. В выражении используются круглые скобки и следующие знаки операций: поразрядное НЕ (\sim), поразрядное И ($\&$), поразрядное ИЛИ ($|$), поразрядный сдвиг влево (\ll), поразрядный сдвиг вправо (\gg). Операции имеют следующие уровни приоритета: уровень 1 (\sim), уровень 2 (\ll и \gg), уровень 3 ($\&$), уровень 4 ($|$). Вычислить значение следующего выражения: $(\sim a | a \ll 1 \& a \gg 1) \& ((a | b) \gg 1 | (a \& b) \ll 1)$ для $a = 195$ и $b = 60$. Ответ дать в двоичной и десятичной формах.

Решение задачи 4.

- 1) $a = 11000011_2$
- 2) $b = 00111100_2$
- 3) $\sim a = 3c_{16} = 00111100_2$
- 4) $a \ll 1 = 86_{16} = 10000110_2$
- 5) $a \gg 1 = 61_{16} = 01100001_2$
- 6) $a \ll 1 \& a \gg 1 = 0_{16} = 00000000_2$
- 7) $\sim a | a \ll 1 \& a \gg 1 = 3c_{16} = 00111100_2$
- 8) $a | b = ff_{16} = 11111111_2$
- 9) $(a | b) \gg 1 = 7f_{16} = 01111111_2$
- 10) $a \& b = 0_{16} = 00000000_2$
- 11) $(a \& b) \ll 1 = 0_{16} = 00000000_2$
- 12) $(a | b) \gg 1 | (a \& b) \ll 1 = 7f_{16} = 01111111_2$
- 13) $(\sim a | a \ll 1 \& a \gg 1) \& ((a | b) \gg 1 | (a \& b) \ll 1) = 3c_{16} = 00111100_2$

Ответ: $00111100_2 = 60_{10}$

Задача 5 (8 баллов). Пусть $\{a_n\}$ ($n \geq 1$) – последовательность, для которой $a_{n+2} - 4a_{n+1} + 3a_n = 0$.

Вычислить a_{10} , зная, что $a_1 = 3, a_2 = 9$.

Решение задачи 5.

Первый способ. $a_1 = 3, a_2 = 9, a_3 = 27, a_4 = 81, a_5 = 243, a_6 = 729, a_7 = 2187, a_8 = 6561, a_9 = 19683, a_{10} = 59049$.

Второй способ. Можно найти выражения для a_n через n , считая, что a_1 и a_2 заданы. Общий член последовательности будет иметь вид: $a_n = 3^n$. Для $n = 10$ будем иметь: $a_{10} = 3^{10} = 59049$.

Ответ: $a_{10} = 59049$

Задача 6 (8 баллов). Дана инфиксная запись арифметического выражения $(a * (b + (d - (e + f)))) / ((g + h) * (i + j))$. Найти постфиксную запись этого выражения.

Решение задачи 6.

В соответствии с алгоритмом «сортировочной станции» Дейкстры будем иметь:

Стек	Вход	Выход
	$(a * (b + (d - (e + f)))) / ((g + h) * (i + j))$	
($a * (b + (d - (e + f)))) / ((g + h) * (i + j))$	
($* (b + (d - (e + f)))) / ((g + h) * (i + j))$	a
(*	$(b + (d - (e + f)))) / ((g + h) * (i + j))$	A
(* ($b + (d - (e + f)))) / ((g + h) * (i + j))$	A
(* ($+ (d - (e + f)))) / ((g + h) * (i + j))$	a b

$(* (+$	$(d - (e + f))) / ((g + h) * (i + j))$	a b
$(* (+ ($	$d - (e + f))) / ((g + h) * (i + j))$	a b
$(* (+ ($	$- (e + f))) / ((g + h) * (i + j))$	a b d
$(* (+ (-$	$(e + f))) / ((g + h) * (i + j))$	a b d
$(* (+ (- ($	$e + f))) / ((g + h) * (i + j))$	a b d
$(* (+ (- ($	$+ f))) / ((g + h) * (i + j))$	a b d e
$(* (+ (- (+$	$f))) / ((g + h) * (i + j))$	a b d e
$(* (+ (- (+$	$))) / ((g + h) * (i + j))$	a b d e f
$(* (+ (-$	$))) / ((g + h) * (i + j))$	a b d e f +
$(* (+$	$)) / ((g + h) * (i + j))$	a b d e f + -
$(*$	$) / ((g + h) * (i + j))$	a b d e f + - +
	$/ ((g + h) * (i + j))$	a b d e f + - + *
/	$((g + h) * (i + j))$	a b d e f + - + *
/($(g + h) * (i + j)$	a b d e f + - + *
/(($g + h) * (i + j)$	a b d e f + - + *
/(($+ h) * (i + j)$	a b d e f + - + * g
/((+	$h) * (i + j)$	a b d e f + - + * g
/((+	$) * (i + j)$	a b d e f + - + * g h
/($* (i + j)$	a b d e f + - + * g h +
/(*	$(i + j)$	a b d e f + - + * g h +
/(* ($i + j)$	a b d e f + - + * g h +
/(* ($+ j)$	a b d e f + - + * g h + i
/(* (+	$j)$	a b d e f + - + * g h + i
/(* (+	$)$	a b d e f + - + * g h + i j
/(*	$)$	a b d e f + - + * g h + i j +
/		a b d e f + - + * g h + i j + *
		a b d e f + - + * g h + i j + * /

Ответ: a b d e f + - + * g h + i j + * /

Задача 7 (8 баллов). Определить количество способов соединения восьми точек на окружности четырьмя непересекающимися хордами.

Решение задачи 7.

Первый способ. Задачу можно решить с помощью метода полного перебора.

Второй способ. Задачу можно решить аналитически, т. к. рассматриваемая задача является частным случаем следующей задачи. На окружности расположены $2n$ точек. Сколькими способами эти точки попарно соединяются n хордами, не имеющими общих концов и непересекающихся. Пусть a_n — количество способов соединить $2n$ точек на окружности n непересекающимися хордами. Ясно, что $a_1 = 1$ и $a_2 = 2$. Можно показать, что $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}a_1 + a_{n-3}a_2 + \dots + a_1a_{n-2} + a_{n-1}$. Фиксируем одну из данных $2n$ точек. Хорда, выходящая из неё, делит окружность на две дуги, причём на каждой дуге расположено чётное число данных точек. Если на одной дуге расположено $2k$ точек, то на другой — $2(n-k-1)$ точек; эти точки можно соединить непересекающимися хордами (не пересекающими первую хорду) $a_{n-k-1}a_k$ способами. Осталось просуммировать по k от 0 до $n-2$. Таким образом, $a_3 = 2a_2 + a_1^2 = 5$, $a_4 = 2a_3 + 2a_1a_2 = 14$.

Третий способ. Можно показать, что число способов соединения восьми точек на окружности четырьмя непересекающимися хордами, определяется четвертым числом Каталана. Само число Каталана выражается формулой $C(n) = \frac{(2n)!}{n!(n+1)!}$. $C(4) = \frac{(2 \cdot 4)!}{4!(4+1)!} = \frac{8!}{4!(5)!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4) \cdot 5} = 14$.

Ответ: 14

Задача 8 (12 баллов). Согласно опросу 250 телезрителей, 95 из них нравится смотреть новости, 125 предпочитают смотреть спорт, 125 – комедии, 25 – новости и комедии, 45 спорт и комедии, 35 – новости и спорт, 5 любят все три вида программ.

- Сколько телезрителей смотрят новости, но не смотрят спорт?
- Сколько телезрителей смотрят новости или спорт, но не любят комедии?
- Сколько телезрителей не любят смотреть ни новости, ни спорт?

Сколько телезрителей смотрят спорт и комедии, но не смотрят новости?

Решение задачи 8.

Задачу можно решить графически (с использованием диаграмм Эйлера-Венна). Предлагается аналитический метод (с использованием комбинаторного принципа сложения).

Пусть универсум U – множество из 250 телезрителей, N – множество телезрителей, которые смотрят новости, S – множество телезрителей, которые смотрят спорт, K – множество

телезрителей, которые смотрят комедии. Множество телезрителей, которые смотрят новости, но не смотрят спорт, равно

$$|H| - |H \cap C| = 95 - 35 = 60.$$

Множество телезрителей, которые смотрят новости или спорт, но не любят комедии, равно

$$|H| + |C| - |H \cap C| - |H \cap K| - |C \cap K| + |H \cap C \cap K| = 95 + 125 - 35 - 45 - 25 + 5 = 120.$$

Множество телезрителей, которые не любят смотреть ни новости, ни спорт, состоит из множества телезрителей, которые смотрят только комедии или тех телезрителей, которые не смотрят ни одну из трех перечисленных программ. Множество телезрителей, которые смотрят хотя бы одну из трех перечисленных программ, равно

$$|H \cup C \cup K| = |H| + |C| + |K| - |H \cap C| - |C \cap K| - |K \cap H| + |H \cap C \cap K| = 95 + 125 + 125 - 35 - 45 - 25 + 5 = 245.$$

Множество телезрителей, которые не смотрят ни одну из трех перечисленных программ, равно

$$|U| - |H \cup C \cup K| = 250 - 245 = 5.$$

Тогда множество телезрителей, которые не смотрят ни новости, ни спорт, равно

$$|K| - |C \cap K| - |K \cap H| + |H \cap C \cap K| + (|U| - |H \cup C \cup K|) = 125 - 45 - 25 + 5 + 5 = 65.$$

Множество телезрителей, которые смотрят спорт и комедии, но не смотрят новости, равно

$$|C \cap K| - |H \cap C \cap K| = 45 - 5 = 40.$$

Ответ: а) 60; б) 120; в) 65; г) 40

Задача 9 (16 баллов). Дана последовательность целых положительных чисел. Требуется для каждого значения последовательности Y ($1 \leq Y \leq 10^{18}$) подсчитать количество различных положительных значений X таких, что $Y = X + \text{Rev}(X)$, где оператор Rev "разворачивает" число

наоборот. Значение $Rev(X)$ не должно содержать ведущих нулей. Например, $Rev(350) = 53$ и $Rev(53) = 35$.

Входные данные. Входной файл содержит последовательность целых положительных чисел. Признак конца данных -1.

Выходные данные. В выходной файл для каждого значения входной последовательности вывести количество различных чисел, удовлетворяющих условию задачи.

Пример входных данных	Пример выходных данных
10	1
11	1
121	9
299999999999999981	1
109	0
7087	0
59284	0
10201	1
-1	

Решение задачи 9.

Язык Си.

```
#include "stdafx.h"
#include <stdlib.h>
FILE *ifs, *ofs;
typedef long long int LLI;
LLI count(LLI v, LLI d, int isfirst) {
    if (d == 0 && v == 0) return 1;
    if (v < 0 || v >= d * 20) return 0;
    if (d == 1) { if ((v & 1) == 0) return 1; else return 0; }
    LLI r = 0;
    for (int p = v % 10; p < 20; p += 10) {
        r += ((10 - abs(p - 9)) - isfirst) * count( (v - p*d - p) / 10, d/100, 0 );
        isfirst = 0;
    }
    return r ;
}
```

```

}
LLI count(LLI v) {
    LLI r = 0;
    for (LLI d = 1; d <= v + 1; d *= 10) r += count( v, d, 1 );
    return r ;
}
int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[]) {
    LLI number;
    if( (ifs = fopen( "input.txt", "r" )) == NULL) return 1;
    if( (ofs = fopen( "output.txt", "w" )) == NULL) return 2;
    while (true) {
        fscanf( ifs, "%lld", &number );
        if (number < 0) break;
        fprintf( ofs, "%lld\n", count( number ) );
    }
    fclose( ifs );
    fclose( ofs );
    return 0;
}

```

Задача 10 (16 баллов). На плоскости дан простой многоугольник (т. е. без самокасаний и самопересечений, но не обязательно выпуклый). Требуется решить вопрос о выпуклости многоугольника.

Входные данные. Входной файл содержит целое число N ($3 \leq N \leq 1000$) – количество вершин многоугольника и последовательность из N пар действительных координат вершин многоугольника. Все координаты по модулю не больше 10^6 . Вершины многоугольника заданы в порядке их обхода против часовой стрелки.

Выходные данные. В выходной файл вывести слово YES, если многоугольник выпуклый, и слово NO в противном случае.

Примеры входных данных	Примеры выходных данных
4 1 0 0 1 -1 0 0 -1	YES
4 0 0 5 0 1 1 0 5	NO

Решение задачи 10.

Язык Си.

```
#include "stdafx.h"
FILE *ifs, *ofs;
struct point { double x, y; };
int direction(struct point pi, struct point pj, struct point pk) {
    int result = 0;
    double temp = ((pk.x - pi.x) * (pj.y - pi.y) - (pj.x - pi.x) * (pk.y - pi.y));
    if (temp < 0) result = -1; else if (temp > 0) result = 1;
    return result;
}
int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[]) {
    int n, k_pred, k_succ = 0;
    bool result = true;
    struct point a[1000];
    if( (ifs = fopen( "input.txt", "r" )) == NULL) return 1;
    if( (ofs = fopen( "output.txt", "w" )) == NULL) return 2;
    fscanf( ifs, "%d", &n );
    for (int i = 0; i < n; i++) fscanf( ifs, "%lf %lf", &a[i].x, &a[i].y );
    k_pred = direction( a[0], a[1], a[2] );
    for (int i = 1; i < n-2; i++) {
        k_succ = direction( a[i], a[i+1], a[i+2] );
        if ( k_pred * k_succ < 0 ) { result = false; break; } else k_pred = k_succ;
    }
    if ( result ) {
        k_succ = direction( a[n-2], a[n-1], a[0] );
        if ( k_pred * k_succ < 0 ) result = false; else k_pred = k_succ;
    }
    if ( result ) {
        k_succ = direction( a[n-1], a[0], a[1] );
        if ( k_pred * k_succ < 0 ) result = false;
    }
    fprintf( ofs, (result) ? "YES" : "NO" );
    fclose( ifs );
    fclose( ofs );
}
```

```
    return 0;
}
```

Язык Паскаль.

```
program Project_6_10;
{$APPTYPE CONSOLE}
uses SysUtils, Math;
type Point = record x, y: Double; end;
function Direction(pi, pj, pk: Point): TValueSign ;
begin
    Result := Sign((pk.x-pi.x)*(pj.y-pi.y)-(pj.x-pi.x)*(pk.y-pi.y));
end;
var n, k_pred, k_succ, i: Integer;
    result: Boolean;
    a: array[0..1000] of Point;
    f, g: TextFile;
begin
    AssignFile(f, 'input.txt');
    AssignFile(g, 'output.txt');
    try
        Reset(f);
        Rewrite(g);
    try
        result := true;
        k_succ := 0;
        Read(f, n);
        for i := 0 to n-1 do Read(f, a[i].x, a[i].y);
        k_pred := direction(a[0], a[1], a[2]);
        for i := 1 to n-3 do
            begin
                k_succ := direction(a[i], a[i+1], a[i+2]);
                if (k_pred * k_succ < 0) then
                    begin
                        result := false;
                    end;
            end;
        end;
    end;
end;
```

```
    break;
end
else
    k_pred := k_succ;
end;
if result then
begin
    k_succ := direction(a[n-2], a[n-1], a[0]);
    if (k_pred * k_succ < 0 ) then result := false
    else k_pred := k_succ;
end;
if result then
begin
    k_succ := direction(a[n-1], a[0], a[1]);
    if (k_pred * k_succ < 0) then result := false;
end;
if result then Writeln(g, 'YES')
else Writeln(g, 'NO');
finally
    CloseFile(f);
    CloseFile(g);
end;
except
    on EInOutError do Writeln('InOutError!');
end;
end.
```

**Первый (отборочный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по образовательному предмету
«Информатика», осень 2015 г.
Вариант № 7**

Задача 1 (8 баллов). Перевести шестнадцатеричное число $A_{16} = 250,28$ в десятичную систему счисления.

Решение задачи 1.

1) $250_{16} = 2 \cdot 16^2 + 5 \cdot 16^1 + 0 \cdot 16^0 = 2 \cdot 256 + 5 \cdot 16 + 0 \cdot 1 = 512 + 80 = 592_{10}$.

2) $0,28_{16} = 2 \cdot 16^{-1} + 8 \cdot 16^{-2} = 2 \cdot (1/16) + 8 \cdot (1/256) = 1/8 + 1/32 = 0,125 + 0,03125 = 0,15625_{10}$.

Ответ: $A_{10} = 592,15625$.

Задача 2 (8 баллов). Найти разность шестнадцатеричных чисел $A_{16} = B127$ и $B_{16} = C1AB$, используя 16-разрядный сумматор, старший разряд которого знаковый. Ответ дать в шестнадцатеричной форме. Числа со знаком, выражаемые с использованием 16 двоичных разрядов, должны находиться между -32768 и 32767 . При переполнении разрядной сетки ответ сопроводить сообщением.

Решение задачи 2.

1) $A - B = A + (-B)$.

2) $[A_2]_{\text{пр}} = 1,011\ 0001\ 0010\ 0111$ $[-B_2]_{\text{пр}} = 0,100\ 0001\ 1010\ 1011$

3) $[A_2]_{\text{д}} = 1,100\ 1110\ 1101\ 1001$ $[-B_2]_{\text{д}} = 0,100\ 0001\ 1010\ 1011$

4) $[A_2]_{\text{д}}^M = 11,100\ 1110\ 1101\ 1001$ $[-B_2]_{\text{д}}^M = 00,100\ 0001\ 1010\ 1011$

5) $[A_2]_{\text{д}}^M + [-B_2]_{\text{д}}^M = 11,100\ 1110\ 1101\ 1001 + 00,100\ 0001\ 1010\ 1011 = 00,001\ 0000\ 1000\ 0100$

6) $[C_2]_{\text{пр}} = 0,001\ 0000\ 1000\ 0100$

Ответ: $C_{16} = 1084$

Задача 3 (8 баллов). Дано выражение, в котором используются операции над булевыми величинами, принимающими значения Т (истина) и F (ложь). Выражение может содержать

круглые скобки и следующие знаки операций: отрицание (\neg), конъюнкция (\wedge), дизъюнкция (\vee), импликация (\rightarrow). Операции имеют следующие уровни приоритета: уровень 1 (\neg), уровень 2 (\wedge), уровень 3 (\vee), уровень 4 (\rightarrow). Построить таблицу истинности для выражения $(p \wedge (q \vee r)) \rightarrow ((p \wedge q) \vee (p \wedge r))$.

Решение задачи 3.

p	q	r	$q \vee r$	$p \wedge (q \vee r)$	$p \wedge q$	$p \wedge r$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	$(p \wedge (q \vee r)) \rightarrow ((p \wedge q) \vee (p \wedge r))$
T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	T	F	T	T
T	F	T	T	T	F	T	T	T
T	F	F	F	F	F	F	F	T
F	T	T	T	F	F	F	F	T
F	T	F	T	F	F	F	F	T
F	F	T	T	F	F	F	F	T
F	F	F	F	F	F	F	F	T

Задача 4 (8 баллов). Дано выражение, в котором используются поразрядные операции над 8-ми разрядными целыми числами без знака. В выражении используются круглые скобки и следующие знаки операций: поразрядное НЕ (\sim), поразрядное И ($\&$), поразрядное ИЛИ ($|$), поразрядный сдвиг влево (\ll), поразрядный сдвиг вправо (\gg). Операции имеют следующие уровни приоритета: уровень 1 (\sim), уровень 2 (\ll и \gg), уровень 3 ($\&$), уровень 4 ($|$). Вычислить значение следующего выражения: $\sim(b \ll 1 \& b \gg 1) \& ((a | b) \gg 1 | (a \& b) \ll 1)$ для $a = 195$ и $b = 60$. Ответ дать в двоичной и десятичной формах.

Решение задачи 4.

- 1) $a = 11000011_2$
- 2) $b = 00111100_2$
- 3) $b \ll 1 = 78_{16} = 01111000_2$
- 4) $b \gg 1 = 1e_{16} = 00011110_2$
- 5) $b \ll 1 \& b \gg 1 = 18_{16} = 00011000_2$
- 6) $\sim(b \ll 1 \& b \gg 1) = e7_{16} = 11100111_2$
- 7) $a | b = ff_{16} = 11111111_2$
- 8) $(a | b) \gg 1 = 7f_{16} = 01111111_2$

$$9) a \& b = 0_{16} = 00000000_2$$

$$10) (a \& b) \ll 1 = 0_{16} = 00000000_2$$

$$11) (a | b) \gg 1 | (a \& b) \ll 1 = 7f_{16} = 01111111_2$$

$$12) \sim(b \ll 1 \& b \gg 1) \& ((a | b) \gg 1 | (a \& b) \ll 1) = 67_{16} = 01100111_2$$

Ответ: $01100111_2 = 103_{10}$

Задача 5 (8 баллов). Пусть $\{a_n\}$ ($n \geq 1$) – последовательность, для которой $a_{n+2} - 4a_{n+1} + 3a_n = 0$.

Вычислить a_{10} , зная, что

$$a_1 = 10, a_2 = 16.$$

Решение задачи 5.

Первый способ. $a_1 = 10, a_2 = 16, a_3 = 34, a_4 = 88, a_5 = 250, a_6 = 736, a_7 = 2194, a_8 = 6568, a_9 = 19690, a_{10} = 59056$.

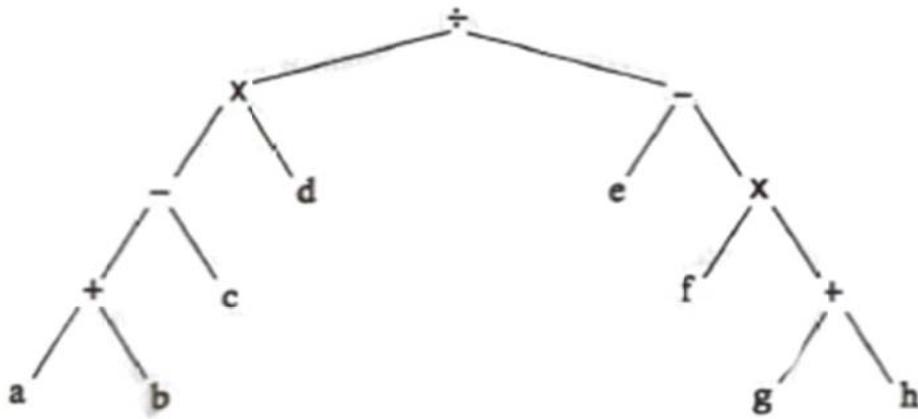
Второй способ. Можно найти выражения для a_n через n , считая, что a_1 и a_2 заданы. Общий член последовательности будет иметь вид: $a_n = 7 + 3^n$. Для $n = 10$ будем иметь: $a_{10} = 7 + 3^{10} = 7 + 59049 = 59056$.

Ответ: $a_{10} = 59056$.

Задача 6 (8 баллов). Дана инфиксная запись арифметического выражения $((a + b) - c) * d / (e - (f * (g + h)))$. Найти префиксную запись этого выражения.

Решение задачи 6.

Сначала надо построить бинарное дерево, изображающее арифметическое выражение. Корень дерева и все внутренние вершины дерева являются бинарными операторами, а листья дерева – операндами. Построенное дерево будет иметь вид, представленный на рисунке. Затем надо обойти дерево в прямом порядке (pre-ordered): вершина – левое поддерево – правое поддерево.



Ответ: / * - + a b c d - e * f + g h.

Задача 7 (8 баллов). Определить количество правильных скобочных последовательностей длины 8, то есть таких последовательностей из 4 левых и 4 правых скобок, в которых количество открывающих скобок равно количеству закрывающих, и в любом её префиксе открывающих скобок не меньше, чем закрывающих.

Решение задачи 7.

Первый способ. Задачу можно решить методом полного перебора, который дает следующие правильные скобочные последовательности длины 8: (((()))) , ((()())), ((()())), ((())()), ((()())), ((()())), ((()()) , ((()()()), ((()()() , 0((())), 0((())), 0((()() , 00((() , 0000.

Второй способ. Можно показать, что количество правильных скобочных последовательностей длины 8 определяется четвертым числом Каталана. Само число Каталана выражается формулой $C(n) = \frac{(2n)!}{n!(n+1)!}$. $C(4) = \frac{(2 \cdot 4)!}{4!(4+1)!} = \frac{(8)!}{4!(5)!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4) \cdot 5} = 14$.

Ответ: 14.

Задача 8 (12 баллов). В потоке из 200 студентов 75 изучают математику, 70 – историю, 75 – социологию, 35 – математику и социологию, 20 – историю и социологию, 25 – математику и историю, 15 студентов – все три предмета.

- Сколько студентов изучают хотя бы один из трех перечисленных предметов?
- Сколько студентов изучают только один из трех перечисленных предметов?
- Сколько студентов изучают историю или математику, но не изучают социологию?
- Сколько студентов не выбрали ни историю, ни математику?

Решение задачи 8.

Задачу можно решить графически (с использованием диаграмм Эйлера-Венна). Предлагается аналитический метод (с использованием комбинаторного принципа сложения).

Пусть универсум U – множество из 200 студентов, M – множество студентов, изучающих математику, I – множество студентов, изучающих историю, C – множество студентов, изучающих социологию. Тогда множество студентов, изучающих хотя бы один из трех перечисленных предметов, равно

$$|M \cup I \cup C| = |M| + |I| + |C| - |M \cap I| - |I \cap C| - |C \cap M| + |M \cap I \cap C| = 75 + 70 + 75 - 25 - 20 - 35 + 15 = 155.$$

Множество студентов, изучающих только один из трех перечисленных предметов, равно

$$\begin{aligned} & (|M| - |M \cap I| - |C \cap M| + |M \cap I \cap C|) + (|I| - |M \cap I| - |I \cap C| + |M \cap I \cap C|) + (|C| - |I \cap C| - \\ & |C \cap M| + |M \cap I \cap C|) = \\ & (75 - 25 - 35 + 15) + (70 - 25 - 20 + 15) + (75 - 20 - 35 + 15) = 30 + 40 + 35 = 105. \end{aligned}$$

Множество студентов, изучающих историю или математику, но не изучающих социологию, равно

$$\begin{aligned} & (|I| + |M| - |I \cap M|) - (|M \cap C| + |I \cap C| - |M \cap I \cap C|) = (70 + 75 - 25) - (35 + 20 - 15) = 120 - 40 \\ & = 80. \end{aligned}$$

Множество студентов, которые не выбрали ни историю, ни математику, состоит из множества студентов, которые выбрали только социологию или тех студентов, которые не выбрали ни один из трех перечисленных предметов. Если множество студентов, которые не выбрали ни один из трех перечисленных предметов, равно

$$|U| - |M \cup I \cup C| = 200 - 155 = 45.$$

Тогда множество студентов, которые не выбрали ни историю, ни математику, равно

$$\begin{aligned} & (|C| - |I \cap C| - |C \cap M| + |M \cap I \cap C|) + (|U| - |M \cup I \cup C|) = (75 - 20 - 35 + 15) + 45 = 35 + 45 = \\ & 80. \end{aligned}$$

Ответ: а) 155; б) 105; в) 80; г) 80.

Задача 9 (16 баллов). Дана последовательность из N целых положительных чисел. Требуется найти число, которое встречается в последовательности наиболее часто. Если таких чисел несколько, то найти наименьшее из них.

Входные данные. Входной файл содержит целое число N ($1 \leq N \leq 1000$) – длина последовательности и N целых положительных чисел, каждое из которых не больше 1000.

Выходные данные. В выходной файл вывести одно единственное целое число, которое встречается в последовательности наиболее часто.

Примеры входных данных	Примеры выходных данных
5 11 12 13 14 15	11
10 99 99 99 6 5 7 6 7 3 7	7

Решение задачи 9.

Язык Си.

```
#include "stdafx.h"
FILE *ifs, *ofs;
static int arr[1000] = { 0 };
int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[]) {
    int n, number;
    if( (ifs = fopen( "input.txt", "r" )) == NULL) return 1;
    if( (ofs = fopen( "output.txt", "w" )) == NULL) return 2;
    fscanf( ifs, "%d", &n );
    for (int i = 0; i < n; i++) { fscanf( ifs, "%d", &number ); arr[number]++; }
    int best = 0;
    for (int i = 1; i < 1000; i++) if (arr[i] > arr[best]) best = i;
    fprintf( ofs, "%d", best );
    fclose( ifs );
    fclose( ofs );
    return 0;
}
```

Язык Паскаль.

```

program Project_7_9;
{$APPTYPE CONSOLE}
uses SysUtils;
var arr: array[1..1000] of Integer;
    n, number, i, best: Integer;
    f, g: TextFile;
begin
    AssignFile(f, 'input.txt');
    AssignFile(g, 'output.txt');
    try
        Reset(f);
        Rewrite(g);
        try
            Read( f, n);
            for i := 1 to 1000 do arr[i] := 0;
            for i := 1 to n do
                begin
                    Read(f, number);
                    Inc(arr[number]);
                end;
            best := 1;
            for i := 2 to 1000 do if (arr[i] > arr[best]) then best := i;
            Writeln(g, best);
        finally
            CloseFile(f);
            CloseFile(g);
        end;
    except
        on EInOutError do Writeln('InOutError!');
    end;
end.

```

Задача 10 (16 баллов). На плоскости заданы два отрезка координатами своих начал и концов. Все координаты по модулю не превышают 10^4 . Определить, пересекаются ли два отрезка.

Входные данные. Во входном файле записаны 4 пары целых чисел, задающих координаты начал и концов отрезков.

Выходные данные. В выходной файл вывести слово YES, если отрезки пересекаются, и слово NO в противном случае.

Примеры входных данных	Примеры выходных данных
0 0 5 5 0 5 5 0	YES
0 0 5 5 -1 0 0 -1	NO

Решение задачи 10.

Язык Си.

```
#include "stdafx.h"
FILE *ifs, *ofs;
struct point { double x, y; };
double min(double a, double b) { return ((a <= b) ? a : b); }
double max(double a, double b) { return ((a >= b) ? a : b); }
int direction(struct point pi, struct point pj, struct point pk) {
    return (((pk.x-pi.x)*(pj.y-pi.y)-(pj.x-pi.x)*(pk.y-pi.y)) >= 0 ? 1 : -1);
}
bool on_segment(struct point pi, struct point pj, struct point pk) {
    if ((pk.x >= min(pi.x, pj.x) && pk.x <= max(pi.x, pj.x)) &&
        (pk.y >= min(pi.y, pj.y) && pk.y <= max(pi.y, pj.y))) return true;
    else return false;
}
bool segment_intersect(struct point p1, struct point p2, struct point p3, struct point p4) {
    int d1, d2, d3, d4;
    d1 = direction( p3, p4, p1 );
    d2 = direction( p3, p4, p2 );
    d3 = direction( p1, p2, p3 );
    d4 = direction( p1, p2, p4 );
    if ((d1 > 0 && d2 < 0 || d1 < 0 && d2 > 0) && (d3 > 0 && d4 < 0 || d3 < 0 && d4 > 0)) return true;
    else if (d1 = 0 && on_segment( p3, p4, p1 )) return true;
    else if (d2 = 0 && on_segment( p3, p4, p2 )) return true;
    else if (d3 = 0 && on_segment( p1, p2, p3 )) return true;
```

```

else if (d4 = 0 && on_segment( p1, p2, p4 )) return true;
else return false;
}
int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[]) {
    struct point a, b, c, d;
    if( (ifs = fopen( "input.txt", "r" )) == NULL) return 1;
    if( (ofs = fopen( "output.txt", "w" )) == NULL) return 2;
    fscanf( ifs, "%lf %lf %lf %lf %lf %lf %lf %lf", &a.x, &a.y, &b.x, &b.y, &c.x, &c.y, &d.x, &d.y);
    fprintf( ofs, (segment_intersect( a, b, c, d )) ? "YES" : "NO" );
    fclose( ifs );
    fclose( ofs );
    return 0;
}

```

Язык Паскаль.

```

program Project_7_10;
{$APPTYPE CONSOLE}
uses SysUtils, Math;
type Point = record x, y: Double; end;
var f, g: TextFile;
    p1, p2, p3, p4: Point;
function Direction(pi, pj, pk: Point): TValueSign ;
begin
    Result := Sign((pk.x-pi.x)*(pj.y-pi.y)-(pj.x-pi.x)*(pk.y-pi.y));
end;
function OnSegment(pi, pj, pk: Point): Boolean;
begin
    Result := ((pk.x >= Min(pi.x, pj.x)) and (pk.x <= Max(pi.x, pj.x))) and
                ((pk.y >= Min(pi.y, pj.y)) and (pk.y <= Max(pi.y, pj.y)));
end;
function SegmentIntersect(p1, p2, p3, p4: Point): Boolean;
var d1, d2, d3, d4: TValueSign;
begin
    d1 := Direction(p3, p4, p1);

```

```

d2 := Direction(p3, p4, p2);
d3 := Direction(p1, p2, p3);
d4 := Direction(p1, p2, p4);
if (((d1 > 0) and (d2 < 0)) or ((d1 < 0) and (d2 > 0))) and
    (((d3 > 0) and (d4 < 0)) or ((d3 < 0) and (d4 > 0))) then Result := True
else if (d1 = 0) and OnSegment(p3, p4, p1) then Result := True
else if (d2 = 0) and OnSegment(p3, p4, p2) then Result := True
else if (d3 = 0) and OnSegment(p1, p2, p3) then Result := True
else if (d4 = 0) and OnSegment(p1, p2, p4) then Result := True
else Result := False;
end;
begin
    AssignFile(f, 'input.txt');
    AssignFile(g, 'output.txt');
    try
        Reset(f);
        Rewrite(g);
        try
            Readln(f, p1.x, p1.y, p2.x, p2.y, p3.x, p3.y, p4.x, p4.y);
            if SegmentIntersect(p1, p2, p3, p4) then Writeln(g, 'YES')
            else Writeln(g, 'NO')
        finally
            CloseFile(f);
            CloseFile(g);
        end;
    except
        on EInOutError do Writeln('InOutError!');
    end;
end.

```

**Первый (отборочный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по образовательному предмету
«Информатика», осень 2015 г.
Вариант № 8**

Задача 1 (8 баллов). Перевести шестнадцатеричное число $A_{16} = 754,8BD7$ в десятичную систему счисления.

Решение задачи 1.

1) $754_{16} = 7 \cdot 16^2 + 5 \cdot 16^1 + 4 \cdot 16^0 = 7 \cdot 256 + 5 \cdot 16 + 4 \cdot 1 = 1792 + 80 + 4 = 1876_{10}$.

2) $0,8BD7_{16} = 8 \cdot 16^{-1} + 11 \cdot 16^{-2} + 13 \cdot 16^{-3} + 7 \cdot 16^{-4} = 8 \cdot (1/16) + 11 \cdot (1/256) + 13 \cdot (1/4096) + 7 \cdot (1/65536)$
 $= (1/2) + (11/256) + (13/4096) + (7/65536) = 0,5 + 0,042... + 0,003... + 0,0001... \approx 0,546$

Ответ: $A_{10} = 1876,546$

Задача 2 (8 баллов). Найти разность шестнадцатеричных чисел $A_{16} = 34C5$ и $B_{16} = FF12$, используя 16-разрядный сумматор, старший разряд которого знаковый. Ответ дать в шестнадцатеричной форме. Числа со знаком, выражаемые с использованием 16 двоичных разрядов, должны находиться между -32768 и 32767 . При переполнении разрядной сетки ответ сопроводить сообщением.

Решение задачи 2.

1) $A - B = A + (-B)$.

2) $[A_2]_{\text{пр}} = 0,011\ 0100\ 1100\ 0101$ $[-B_2]_{\text{пр}} = 0,111\ 1111\ 0001\ 0010$

3) $[A_2]_{\text{д}} = 0,011\ 0100\ 1100\ 0101$ $[-B_2]_{\text{д}} = 0,111\ 1111\ 0001\ 0010$

4) $[A_2]_{\text{д}}^M = 00,011\ 0100\ 1100\ 0101$ $[-B_2]_{\text{д}}^M = 00,111\ 1111\ 0001\ 0010$

5) $[A_2]_{\text{д}}^M + [-B_2]_{\text{д}}^M = 00,011\ 0100\ 1100\ 0101 + 00,111\ 1111\ 0001\ 0010 = 01,011\ 0011\ 1101\ 0111$

Ответ: Положительное переполнение

Задача 3 (8 баллов). Дано выражение, в котором используются операции над булевыми величинами, принимающими значения Т (истина) и F (ложь). Выражение может содержать круглые скобки и следующие знаки операций: отрицание (\neg), конъюнкция (\wedge), дизъюнкция (\vee),

импликация (\rightarrow). Операции имеют следующие уровни приоритета: уровень 1 (\neg), уровень 2 (\wedge), уровень 3 (\vee), уровень 4 (\rightarrow). Построить таблицу истинности для выражения $\neg(\neg p \vee (q \wedge \neg r))$.

Решение задачи 3.

p	q	r	$\neg p$	$\neg r$	$q \wedge \neg r$	$\neg p \vee (q \wedge \neg r)$	$\neg(\neg p \vee (q \wedge \neg r))$
T	T	T	F	F	F	F	T
T	T	F	F	T	T	T	F
T	F	T	F	F	F	F	T
T	F	F	F	T	F	F	T
F	T	T	T	F	F	T	F
F	T	F	T	T	T	T	F
F	F	T	T	F	F	T	F
F	F	F	T	T	F	T	F

Задача 4 (8 баллов). Дано выражение, в котором используются поразрядные операции над 8-ми разрядными целыми числами без знака. В выражении используются круглые скобки и следующие знаки операций: поразрядное НЕ (\sim), поразрядное И ($\&$), поразрядное ИЛИ ($|$), поразрядный сдвиг влево (\ll), поразрядный сдвиг вправо (\gg). Операции имеют следующие уровни приоритета: уровень 1 (\sim), уровень 2 (\ll и \gg), уровень 3 ($\&$), уровень 4 ($|$). Вычислить значение следующего выражения: $(b \ll 2 | b \gg 2) | \sim((a \& b) \gg 2 | (a | b) \ll 2)$ для $a = 60$ и $b = 195$. Ответ дать в двоичной и десятичной формах.

Решение задачи 4.

- 1) $a = 3_{16} = 00111100_2$
- 2) $b = c_{16} = 11000011_2$
- 3) $b \ll 2 = c_{16} = 00001100_2$
- 4) $b \gg 2 = 30_{16} = 00110000_2$
- 5) $b \ll 2 | b \gg 2 = 3c_{16} = 00111100_2$
- 6) $a \& b = 0_{16} = 00000000_2$
- 7) $(a \& b) \gg 2 = 0_{16} = 00000000_2$
- 8) $a | b = ff_{16} = 11111111_2$
- 9) $(a | b) \ll 2 = fc_{16} = 11111100_2$
- 10) $(a \& b) \gg 2 | (a | b) \ll 2 = fc_{16} = 11111100_2$

$$11) \sim((a \& b) \gg 2 | (a | b) \ll 2) = 3_{16} = 00000011_2$$

$$12) (b \ll 2 | b \gg 2) | \sim((a \& b) \gg 2 | (a | b) \ll 2) = 3f_{16} = 00111111_2$$

Ответ: $00111111_2 = 63_{10}$

Задача 5 (8 баллов). Пусть $\{a_n\}$ ($n \geq 1$) – последовательность, для которой $a_{n+2} - 4a_{n+1} + 4a_n = 0$.

Вычислить a_{10} , зная, что

$$a_1 = 2, a_2 = 4.$$

Решение задачи 5.

Первый способ. $a_1 = 2, a_2 = 4, a_3 = 8, a_4 = 16, a_5 = 32, a_6 = 64, a_7 = 128, a_8 = 256, a_9 = 512, a_{10} = 1024$.

Второй способ. Можно найти выражения для a_n через n , считая, что a_1 и a_2 заданы. Общий член последовательности будет иметь вид: $a_n = 2^n$. Для $n = 10$ будем иметь: $a_{10} = 2^{10} = 1024$.

Ответ: $a_{10} = 1024$

Задача 6 (8 баллов). Дана инфиксная запись арифметического выражения $((a + b) - c) * d / (e - (f * (g + h)))$. Найти постфиксную запись этого выражения.

Решение задачи 6.

В соответствии с алгоритмом «сортировочной станции» Дейкстры будем иметь:

Стек	Вход	Выход
	$((a + b) - c) * d / (e - (f * (g + h)))$	
($((a + b) - c) * d / (e - (f * (g + h)))$	
(($(a + b) - c) * d / (e - (f * (g + h)))$	
((($a + b) - c) * d / (e - (f * (g + h)))$	
((($+ b) - c) * d / (e - (f * (g + h)))$	a
(((+	$b) - c) * d / (e - (f * (g + h)))$	a

(((+) - c) * d) / (e - (f * (g + h)))	a b
((- c) * d) / (e - (f * (g + h)))	a b +
((-	c) * d) / (e - (f * (g + h)))	a b +
((-) * d) / (e - (f * (g + h)))	a b + c -
(* d) / (e - (f * (g + h)))	a b + c -
(*) / (e - (f * (g + h)))	a b + c - d
	/ (e - (f * (g + h)))	a b + c - d *
/	(e - (f * (g + h)))	a b + c - d *
/(e - (f * (g + h)))	a b + c - d *
/(- (f * (g + h)))	a b + c - d * e
/(-	(f * (g + h)))	a b + c - d * e
/(-(f * (g + h)))	a b + c - d * e
/(-(* (g + h)))	a b + c - d * e f
/(-(*	(g + h)))	a b + c - d * e f
/(-(*(g + h)))	a b + c - d * e f
/(-(*(+ h)))	a b + c - d * e f g
/(-(*(+	h)))	a b + c - d * e f g
/(-(*(+)))	a b + c - d * e f g h
/(-(*))	a b + c - d * e f g h +
/(-)	a b + c - d * e f g h + *
/		a b + c - d * e f g h + * -
		a b + c - d * e f g h + * - /

Ответ: $a b + c - d * e f g h + * - /$

Задача 7 (8 баллов). Определить количество способов расстановки скобок в произведении $x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$ так, чтобы порядок умножений был полностью определен.

Решение задачи 7.

Задачу можно решить с помощью метода полного перебора, но можно показать, что количество способов расстановки скобок в произведении $x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$ так, чтобы порядок умножений был полностью определен, определяется четвертым числом Каталана. Само число Каталана

выражается формулой $C(n) = (2n)!/n!/(n+1)!$. $C(4) = (2 \cdot 4)!/4!/(4+1)! = (8)!/4!/(5)! = (6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)/(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5) = 6 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 / 5 = 12/5 = 2.4$.

Ответ: 14

Задача 8 (12 баллов). В потоке из 100 студентов 35 изучают французский язык, 42 – испанский, 43 – немецкий, 17 – французский и испанский, 15 – испанский и немецкий, 13 – французский и немецкий, 20 студентов не изучают ни один из трех языков.

- Сколько студентов изучают французский или немецкий язык, но не изучают испанский язык?
- Сколько студентов изучают только один из трех перечисленных языков?
- Сколько студентов изучают два из трех языков?
- Сколько студентов изучают только испанский язык?

Решение задачи 8.

Задачу можно решить графически (с использованием диаграмм Эйлера-Венна). Предлагается аналитический метод (с использованием комбинаторного принципа сложения).

Пусть универсум U – множество из 100 студентов, Φ – множество студентов, изучающих французский язык, I – множество студентов, изучающих испанский язык, H – множество студентов, изучающих немецкий язык. Предварительно вычислим два множества. Множество студентов, изучающих хотя бы один из трех перечисленных предметов, равно

$$|X \cup M \cup \Phi| = 100 - 20 = 80.$$

Тогда множество студентов, изучающих все три предмета, равно

$$|X \cap M \cap \Phi| = |X \cup M \cup \Phi| - (|\Phi| + |I| + |H| - |\Phi \cap I| - |I \cap H| - |H \cap \Phi|) = 80 - (35 + 42 + 43 - 17 - 15 - 13) = 80 - 75 = 5.$$

Множество студентов, изучающих французский или немецкий язык, но не изучающих испанский язык равно

$$(|\Phi| + |H| - |\Phi \cap H|) - (|\Phi \cap I| + |I \cap H| - |X \cap M \cap \Phi|) = (35 + 43 - 13) - (17 + 15 - 5) = 65 - 27 = 38.$$

Множество студентов, изучающих только один из трех перечисленных языков, равно

$$(|\Phi| - |\Phi \cap \text{И}| - |\Phi \cap \text{Н}| + |\Phi \cap \text{И} \cap \text{Н}|) + (|\text{И}| - |\text{И} \cap \Phi| - |\text{И} \cap \text{Н}| + |\Phi \cap \text{И} \cap \text{Н}|) + (|\text{Н}| - |\text{Н} \cap \Phi| - |\text{Н} \cap \text{И}| + |\Phi \cap \text{И} \cap \text{Н}|) =$$

$$(35 - 17 - 13 + 5) + (42 - 17 - 15 + 5) + (43 - 13 - 15 + 5) = 10 + 15 + 20 = 45.$$

Множество студентов, изучающих два из трех языков, равно

$$(|\Phi \cap \text{И}| - |\Phi \cap \text{И} \cap \text{Н}|) + (|\text{И} \cap \text{Н}| - |\Phi \cap \text{И} \cap \text{Н}|) + (|\text{Н} \cap \Phi| - |\Phi \cap \text{И} \cap \text{Н}|) = (17 - 5) + (15 - 5) + (13 - 5) = 12 + 10 + 8 = 30.$$

Множество студентов, изучающих только испанский язык, равно

$$|\text{И}| - |\text{И} \cap \Phi| - |\text{И} \cap \text{Н}| + |\Phi \cap \text{И} \cap \text{Н}| = 42 - 17 - 15 + 5 = 15.$$

Ответ: а) 38; б) 45; с) 30; д) 15

Задача 9 (16 баллов). Натуральное число будем называть гапр-числом, если его десятичные цифры при чтении их слева направо образуют неубывающую последовательность. Например, 123 – является гапр-числом, а 101 не является гапр-числом. Дана последовательность из N целых положительных чисел. Требуется для каждого значения последовательности (если оно гапр-число) подсчитать количество гапр-чисел, не превосходящих исходного числа.

Входные данные. Входной файл содержит целое число N ($1 \leq N \leq 1000$) – длина последовательности и N целых положительных чисел, каждое из которых может содержать до 64 десятичных цифр.

Выходные данные. В выходной файл для каждого значения входной последовательности вывести количество различных чисел, удовлетворяющих условию задачи. Если исходное число не является гапр-числом, то вывести -1. Гарантируется, что количество искомым чисел не больше 10^{18} .

Пример входных данных	Пример выходных данных
5	10
11	65
123	-1
101	220
1111	2001
99999	

Решение задачи 9.

Язык Си.

```
#include "stdafx.h"
#include <string.h>
FILE *ifs, *ofs;
static long dp[64][10];
static long adp[64][10];
int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[]) {
    int n;
    char num[100];
    bool flag;
    for (int i = 0; i < 10; i++) adp[0][i] = 1;
    for (int i = 1; i < 64; i++)
        for (int j = 0; j < 10; j++)
            for (int k = j; k < 10; k++) adp[i][j] += adp[i-1][k];
    if( (ifs = fopen( "input.txt", "r" )) == NULL) return 1;
    if( (ofs = fopen( "output.txt", "w" )) == NULL) return 2;
    fscanf( ifs, "%d", &n );
    for (int nc = 0; nc < n; nc++) {
        fscanf( ifs, "%s", num );
        strrev( num );
        flag = false;
        for (int i = 1; i < strlen( num ); i++)
            if (num[i] > num[i-1]) { fprintf( ofs, "-1\n" ); flag = true; break; }
        if (flag) continue;
        for (int i = 0; i < 64; i++)
            for (int j = 0; j < 10; j++) dp[i][j] = 0;
        for (int i = 0; i < num[0] - '0'; i++) dp[0][i] = 1;
        for (int i = 1; i < strlen( num ); i++) {
            for (int j = 0; j < num[i] - '0'; j++) dp[i][j] = adp[i][j];
            for (int j = num[i] - '0'; j < 10; j++) dp[i][num[i] - '0'] += dp[i-1][j];
        }
        long answer = 0;
```

```

    for (int i = 0; i < 10; i++) answer += dp[strlen( num ) - 1][i];
    fprintf( ofs, "%d\n", answer );
}
fclose( ifs );
fclose( ofs );
return 0;
}

```

Задача 10 (16 баллов). На плоскости задан отрезок координатами своего начала и конца и точка. Все координаты по модулю не превышают 10^6 . Определить расстояние от точки до отрезка.

Входные данные. Во входном файле записаны 3 пары целых чисел, задающих координаты начала и конца отрезка и координаты точки.

Выходные данные. В выходной файл вывести одно действительное число – расстояние от точки до отрезка. Результат вывести с точностью 0,001.

Примеры входных данных	Примеры выходных данных
5 0 0 5 0 6	1.000
5 0 0 5 0 0	3.536

Решение задачи 10.

Язык Си.

```

#include "stdafx.h"
#include <math.h>
FILE *ifs, *ofs;
double sqr_distance_point_to_point(double ax, double ay, double bx, double by) {
    return (ax - bx) * (ax - bx) + (ay - by) * (ay - by);
}
double distance_point_to_segment(double px, double py, double ax, double ay, double bx, double by) {
    double a, b, c, p, s;
    a = sqr_distance_point_to_point( px, py, ax, ay );
    b = sqr_distance_point_to_point( px, py, bx, by );
    c = sqr_distance_point_to_point( ax, ay, bx, by );
    if (a >= b + c) return sqrt( b );
    if (b >= a + c) return sqrt( a );
}

```

```

a = sqrt( a ); b = sqrt( b ); c = sqrt( c ); p = ( a + b + c ) / 2;
s = sqrt((p - a) * (p - b) * (p - c) * p);
return s*2/c;
}
int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[]) {
    double ax, ay, bx, by, px, py;
    if( (ifs = fopen( "input.txt", "r" )) == NULL) return 1;
    if( (ofs = fopen( "output.txt", "w" )) == NULL) return 2;
    fscanf( ifs, "%lf %lf %lf %lf %lf %lf", &ax, &ay, &bx, &by, &px, &py );
    fprintf( ofs, "%.3f\n", distance_point_to_segment( px, py, ax, ay, bx, by ));
    fclose( ifs );
    fclose( ofs );
    return 0;
}

```

Язык Паскаль.

```

program Project_8_10;
{$APPTYPE CONSOLE}
uses SysUtils, Math;
function sqr_distance_point_to_point(ax, ay, bx, by: double): double;
begin
    result := (ax - bx) * (ax - bx) + (ay - by) * (ay - by);
end;
function distance_point_to_segment(px, py, ax, ay, bx, by: double): double;
var a, b, c, p, s: double;
begin
    a := sqr_distance_point_to_point(px, py, ax, ay);
    b := sqr_distance_point_to_point(px, py, bx, by);
    c := sqr_distance_point_to_point(ax, ay, bx, by);
    if (a >= b + c) then result := sqrt(b)
    else if (b >= a + c) then result := sqrt( a )
    else
        begin
            a := sqrt(a);

```

```
b := sqrt(b);
c := sqrt(c);
p := (a + b + c) / 2;
s := sqrt((p - a) * (p - b) * (p - c) * p);
result := s*2/c;
end;
end;
var ax, ay, bx, by, px, py: double;
    f, g: TextFile;
begin
    AssignFile(f, 'input.txt');
    AssignFile(g, 'output.txt');
    try
        Reset(f);
        Rewrite(g);
        try
            Readln(f, ax, ay, bx, by, px, py);
            Writeln(g, distance_point_to_segment(px, py, ax, ay, bx, by):0:3);
        finally
            CloseFile(f);
            CloseFile(g);
        end;
    except
        on EInOutError do Writeln('InOutError!');
    end;
end.
```