<u>7 класс</u>
<u>Вариант 1</u>

1. а) На завтрак Бельчонок может предпочесть любой из 25 орех, на обед – любой из 24 оставшихся, а на ужин – какой-то из 23 оставшихся орех. Всего получаем $25 \cdot 24 \cdot 23 = 13800$ способов.

б) Заметим, что в предыдущем пункте каждую тройку орешков мы посчитали $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ раз. Поскольку теперь их порядок нам неважен, то ответом будет число $13800 : 6 = 2300$.

2. Вторая цифра втрое больше первой только у следующих двузначных чисел: 13, 26, 39 . Проверкой убеждаемся, что условию задачи удовлетворяет только число 39.
(39+81+1=121=11*11)

3. Вставим первый и второй аккумуляторы. Если электромобиль не работает, то либо один из них разряжен, либо оба. Вставим теперь третий и четвёртый аккумулятор. Если электромобиль не работает, то:
1) один из них разряжен,
2) из первых двух разряжен один,
3) пятый аккумулятор точно работает.

Осталось проверить пятый аккумулятор в паре с каждым из первых двух.

4. В равенстве на рис. значение левой части равно 44/14, а значение правой части равно 3.
$44/14 - 3 = 0{,}1428\ldots > 0{,}002$.

В равенстве если заменить спичку в римской цифре 3,тем самым получить число π значение левой части равно $44/14 = 3{,}1428\ldots$, а справа – стилизованная запись числа $\pi = 3{,}1415\ldots$. Эти числа различаются меньше, чем на 0,002.

5. а) Пусть все университетские бельчата назовут учеными бельчат злобного Лиса. Тогда бельчат злого Лиса назовут не менее трёх раз, а университетских – не более чем дважды. Так Иван их и отличит.(Возможны и другие логические рассуждения).

7 класс
Вариант 2

1.а) Первого ученика можно выбрать 30 способами, второго, независимо от выбора первого ученика, – 29 способами. При этом каждая пара учитывается дважды. Поэтому всего способов $30 \cdot 29 : 2$.

б) Аналогично получаем $30 \cdot 29$ вариантов последовательного выбора трех учеников. Поэтому число способов выбрать команду равно .

2.Запишем условие задачи в виде ребуса, столбиком: 7ABC-ABC7=3771
Тогда C = 8 и пример принимает вид: 7AB8-AB87=3771
Следовательно, B = 5 и произошел переход через разряд, пример имеет следующий вид:
7A58-A587=3771
Поскольку произошел переход через разряд, то A = 3.
Итого: C=8;B=5;A=3.

3.Заметим сначала, что на автомате нельзя набрать чётное число. Следовательно, у Бельчонка не получится набрать число 2016.
Лемма. После первого умножения на 3 невыгодно прибавлять 4 более двух раз подряд.
Доказательство леммы. Заменив последовательность действий ×3, + 4, + 4, + 4 на +4, ×3, мы уменьшим затраты.
Теперь можно восстановить последовательность действий Бельчонка, начиная с последнего: если число не делится на 3, то оно было получено прибавлением четвёрки, а если делится, то либо оно было получено умножением на 3, либо при его получении были использованы только прибавления четвёрки. Таким образом получаем, что оптимальная для Бельчонка последовательность действий имеет вид(с конца):
+4, + 4, + 4, + 4, + 4, ×3, + 4, + 4, ×3, ×3, + 4, ×3, + 4, + 4, ×3, + 4.

4.
Первый способ. Пусть Бельчонок нальёт из полного малого кувшина речную воду в большой, а затем наполнит малый и из него дольёт большой доверху. Далее Бельчонку надо опорожнить большой сосуд и вылить в него остаток из малого. Если малый был на 3 литра, то сейчас в большом 1 литр, иначе — 3 литра. Теперь пусть Бельчонок снова попытается перелить воду из полного малого кувшина в большой. Если это ему удастся, то малый был трёхлитровым, если вода польётся через край, — четырёхлитровым.

Второй способ. Если бы у Бельчонка большой кувшин вмещал 10 литров, то достаточно было бы попытаться налить в него воду из малого трижды. Если вода польётся через край, то малый на 4 литра, если нет, то на 3. С пятилитровым кувшином такая проверка возможна, если Бельчонок опорожнит пятилитровый кувшин, когда тот заполнится.

5. а) Вот пример стратегии, приводящей к цели. Сначала Бельчонок-журналист выбирает произвольных членов компании A и B. Зверю A он задаёт вопрос: "Знаете ли вы B?" Из ответа "да" следует, что B не Z. Из ответа "нет" следует, что A не Z. Итак, один вопрос задан и один зверь отброшен – в дальнейшем не нужно задавать вопросы ни ему, ни о нём. Продолжая в том же духе, мы отбросим $k-1$ зверя, задав $k-1$ вопрос. Остаётся один зверь. Он и есть Z.

б) Докажем, что необходимо задать не менее $k-1$ вопроса.

Пусть на некотором шаге опроса зверя A спросили, знает ли он B. В случае ответа "да" будем считать B отмеченным, в случае ответа "нет" будем считать A отмеченным. Про отмеченного мы уже знаем, что он не Z, так как либо он кого-то не знает, либо его кто-то знает. После того как заданы все вопросы (их не больше, чем $k-2$), неотмеченных зверей будет не меньше двух.

Пусть X – один из тех, кто остался неотмеченным. В результате заданных вопросов мы уже обладаем некоторыми сведениями о том, кто кого знает. Изменим систему знакомств так, чтобы все имеющиеся сведения сохранились и при этом X стал Z. Для этого сделаем так, что X знает всех, а в остальных случаях (кроме тех, которые выяснились в результате заданных вопросов) установим, что никто никого не знает.

Итак, для любого из неотмеченных (X был взят среди них произвольно) можно изменить систему знакомств так, что именно он будет Z. А это и означает, что заданных вопросов недостаточно для выяснения того, кто есть Z.