

11 класс

Вариант 1

Задание 1

В основании четырехугольной пирамиды лежит квадрат. Могут ли боковые рёбра равняться 1, 2, 4, 8?

Задание 2

В двух кучах лежат соответственно 100 и 105 орехов. Два бельчонка одновременно добавляют орехи в кучи: первый в первую кучу по 7 орехов, второй во вторую кучу по 6 орехов. Будет ли момент, когда в каждой куче число орехов будет делиться на 11?

Задание 3

Дана последовательность натуральных чисел $\{b_n\}$ такая, что $b_1 = 4$, $b_{n+1} = \left[\frac{3}{2}b_n\right]$, где $[a]$ обозначает целую часть числа a . Докажите, что в этой последовательности бесконечно много нечётных чисел.

Задание 4

Окружность разделена 48 точками на равные дуги, и каждые две точки соединены отрезками. Какое наименьшее количество цветов необходимо для того, чтобы раскрасить все отрезки, соблюдая условие: любые два отрезка, имеющие общую точку, должны

быть покрашены различно? 5) Найдите все функции $f(t)$, при каждом действительном t удовлетворяющие равенству $f(t + 1) + (t + 3/2)f(-t) = 1$.

Задание 5

Найдите все функции $f(t)$, при каждом действительном t удовлетворяющие равенству $f(t+1)+(t+3/2)f(-t)=1$.

11 класс

Вариант 2

Задание 1

Вне плоскости ромба $ABCD$ выбрана точка E . Могут ли длины отрезков EA, EB, EC, ED равняться (в некотором порядке) числам 1, 3, 6, 11?

Задание 2

К числителю и знаменателю дроби $\frac{2016}{2017}$ одновременно прибавляют по числу: к числителю прибавляют 4, а к знаменателю 3. Получится ли когда-нибудь дробь, сократимая на 13?

Задание 3

В последовательности натуральных чисел $\{a_n\}$ $a_1 = 9$, $a_{n+1} = [a_n + \frac{a_n}{2}]$, где $[b]$ обозначает целую часть числа b . Докажите, что в этой последовательности бесконечно много чётных чисел.

Задание 4

Бельчонок нарисовал правильный 100-угольник и хочет раскрасить каждую сторону и каждую диагональ каким-либо цветом так, чтобы любые два отрезка, имеющие общую точку, были покрашены в разный цвет. Какое наименьшее количество цветов потребуется для раскраски?

Задание 5

Найдите все функции $f(x)$, при каждом действительном x удовлетворяющие равенству $2f(x + 2) + f(-1 - x) = (x + 2)^2$.