

## Вариант 1

**Задание 1**

В корзине лежали орехи. Первый бельчонок схватил треть орехов и убежал. Второй взял треть оставшихся орехов. Третий взял четыре ореха – треть от числа орехов, которые он обнаружил. Сколько орехов было первоначально в корзине?

*Решение:* Третий бельчонок взял 4 ореха. Значит, увидел он  $4 \cdot 3 = 12$  орехов, которые оставил второй бельчонок. Значит, второй бельчонок взял 6 орехов, а увидел 18. Первый бельчонок схватил 9 орехов. Поэтому всего в корзине первоначально было  $18 + 9 = 27$  орехов.

*Ответ:* 27 орехов

**Задание 3**

Расставьте в каждой клетке прямоугольника  $4 \times 5$  десять цифр 1, пять цифр 2 и пять цифр 4 так, чтобы в любой фигуре (см. рисунок) сумма чисел не была равна 8. (Фигуру можно поворачивать и переворачивать.)

*Решение и ответ*

*Например, так:*

1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
1	1	1	1	1
4	4	4	4	4

**Задание 3**

На школьную олимпиаду пришли бельчата из двух разных классов: Боря, Вася, Гена, Женя, Катя, Лена, Паша. Всех бельчат спросили: «Сколько здесь тех, кто учится с тобой в одном классе?». В ответ каждый из них честно сказал «2» или «3». Но бельчата-мальчики думали, что их спросили только про бельчат-мальчиков из их класса, бельчата-девочки же отвечали про всех. Назовите полное имя Жени.

*Решение:* Пол каждого бельчонка, кроме Жени, определяется по именам однозначно, поэтому бельчат-мальчиков на олимпиаде либо 4, либо 5. Предположим, что какие-то бельчата-мальчики учатся в разных классах, тогда их ответы показывают, что на олимпиаду пришло не менее трех бельчат-мальчиков из каждого класса. Противоречие. Следовательно, все присутствующие бельчата-мальчики – одноклассники, но тогда их не могло быть пятеро. Значит, Женя – девочка. Отметим, что описанная ситуация возможна. Действительно, если Женя – девочка, то четверо бельчат-мальчиков учатся в одном классе, а трое бельчат-девочек – в другом. При этом каждый из бельчат-мальчиков дал ответ «3», а каждая из бельчат-девочек – «2».

*Ответ:* Евгения

#### Задание 4

Найдите наименьшее натуральное число, делящееся на 9, в записи которого есть 8 различных цифр. Обоснуйте, почему оно наименьшее.

*Решение:* Если число кратно 9, то его сумма цифр делится на 9. Сумма всех цифр равна 45, поэтому надо выбросить пару цифр с суммой, равной 9. Это пары  $0+9$ ,  $1+8$ ,  $2+7$ ,  $3+6$ ,  $4+5$ . Но чтобы число было наименьшим (при 8 разрядах), то в старших разрядах должны стоять наименьшие возможные цифры. Поэтому если мы выкинем пару  $1+8$ , то в старшем разряде будет цифра больше 1, и все число будет больше. Следовательно, первая цифра – 1. Из оставшихся цифр на второе место ставим 0, потом 2 и 3, следовательно, выкидываем пару  $4+5$ , остальные цифры восстанавливаются однозначно.

*Ответ:* 10236789

#### Задание 5

У Бельчонка есть 10 зубочисток по 6 см и 10 зубочисток по 7 см. Найдите наименьшее число разломов, которое ему необходимо совершить, чтобы сложить из всех получившихся кусков равносторонний тринадцатигульник.

*Решение:* Общая длина всех зубочисток составляет 130 см, поэтому стороны тринадцатигульника должны быть по 10 см. Разломаем каждую из 5 семисантиметровых зубочисток на зубочистки 3 см и 4 см и приставим трехсантиметровые кусочки к 5 оставшимся семисантиметровым зубочисткам. А четырехсантиметровые кусочки приставим к 5 шестисантиметровым зубочисткам. Получим 10 десятисантиметровых сторон. Теперь отломаем от 2 шестисантиметровых зубочисток по куску длиной 2 см. Все отломанные куски приложим к одной из оставшихся шестисантиметровой зубочистке, а оставшиеся четырехсантиметровые куски по одному к остальным оставшимся шестисантиметровым зубочисткам. Получим 13 десятисантиметровых сторон. Покажем, что 6 разломов не хватит. В самом деле, если мы сделали 6 разломов, то, по крайней мере, 12 зубочисток остались целыми. Значит, в составе по крайней мере одной из сторон тринадцатигульника окажется хотя бы две целых зубочистки. Но суммарная длина любых двух целых зубочисток больше 10 см.

*Ответ:* 7

## 6 класс

### Вариант 2

#### Задание 1

Двое бельчат ели орехи из корзины. Сначала первый съел половину всех орехов и еще один. Потом второй – половину оставшихся и еще три ореха. После этого в корзине осталось 4 ореха. Сколько орехов было в корзине первоначально?

*Решение:* После второго бельчонка в корзине осталось 4 ореха, поэтому после первого в корзине оставалось  $(4+3) \cdot 2 = 14$  орехов. Следовательно, до первого бельчонка в корзине было  $(14+1) \cdot 2 = 30$  орехов.

*Ответ:* 30 орехов

#### Задание 2

Расставьте в каждой клетке прямоугольника  $4 \times 5$  пять цифр 1, десять цифр 2 и пять цифр 5 так, чтобы в любой фигурке (см. рисунок) сумма чисел не была равна 10. (Фигуру можно поворачивать и переворачивать.)

*Решение и ответ*

*Например, так:*

2	2	2	2	2
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
5	5	5	5	5

#### Задание 3

В необычном лесу бельчата-дети всегда врут только своим родителям, а родители – всегда только детям. В одной семье, кроме папы и мамы, трое маленьких бельчат. Однажды Гена заявил Кате, указав на Таню: «Я старше её!», а потом Лене, указав на Васю: «Я старше его!». Назовите имена мамы и папы.

*Решение:* Допустим, папа – Гена. Тогда Вася – сын, и папа сказал о нем правду. Стало быть, Лена – мама. Но тогда получается, что папа сказал дочери Кате правду о дочери Тани. Противоречие. Значит, Гена – сын. Если Катя – мама, то Лена – дочь, и Гена сказал правду, что он старше Васи. Но тогда в семье нет папы. Значит, Катя – дочь, а Таня – младшая сестра. Тогда Лена и Вася – папа и мама, и Гена соврал маме, что старше папы.

*Ответ:* маму зовут Лена, папу – Вася

#### Задание 4

Найдите наибольшее натуральное число, делящееся на 9, в записи которого есть 8 различных цифр. Обоснуйте, почему оно наибольшее.

*Решение:* Если число кратно 9, то его сумма цифр делится на 9. Сумма всех цифр равна 45, поэтому надо выбросить пару цифр с суммой, равной 9. Это пары  $0+9$ ,  $1+8$ ,  $2+7$ ,  $3+6$ ,  $4+5$ . Но чтобы число было наибольшим (при 8 разрядах), то в старших разрядах должны

*стоять наибольшие возможные цифры. Поэтому если мы выкинем пару 0+9, то в старшем разряде будет цифра меньше 9, и все число будет меньше. Следовательно, первая цифра – 9. Из оставшихся цифр на второе место ставим 8, потом 7 и 6, следовательно, выкидываем пару 4+5, остальные цифры восстанавливаются однозначно.*

*Ответ: 98763210*

### **Задание 5**

У Бельчонка есть 9 зубочисток по 5 см и 9 зубочисток по 6 см. Найдите наименьшее число разломов, которое ему необходимо совершить, чтобы сложить из всех получившихся кусков равносторонний одиннадцатигульник.

*Решение: Общая длина всех зубочисток составляет 99 см, поэтому стороны одиннадцатигульника должны быть по 9 см. Разломаем 3 шестисантиметровых зубочистки пополам и приставим по кусочку к 6 оставшимся шестисантиметровым зубочисткам. Получим шесть девятисантиметровых сторон. Теперь отломаем от 4 пятисантиметровых зубочисток по куску длиной 1 см. Все отломанные куски приложим к одной из оставшихся пятисантиметровых зубочисток, а оставшиеся четырёхсантиметровые куски по одному к остальным оставшимся пятисантиметровым зубочисткам. Получим 11 девятисантиметровых сторон. Покажем, что 6 разломов не хватит. В самом деле, если мы сделали 6 разломов, то, по крайней мере, 12 зубочисток остались целыми. Значит, в составе по крайней мере одной из сторон одиннадцатигульника окажется хотя бы две целых зубочистки. Но суммарная длина любых двух целых палочек больше 9 см.*

*Ответ: 7*