

11 класс

Вариант 1

Работа рассчитана на 240 минут.

1. Решение должно быть полным и обоснованным. (10 баллов)

На 5 листах бумаги написаны 10 первых натуральных чисел (все числа использованы и записаны по одному на каждой стороне). Оказалось, что на любом листке одно из чисел кратно другому. Листки бумаги выложены на стол так, что видно только верхнюю сторону каждого из них. На каком количестве листов мы можем гарантированно определить записанное на нижней стороне число?

2. Решение должно быть полным и обоснованным. (10 баллов)

На межгалактические студенческие спортивные игры все команды (одинаковые по численности) добирались двумя способами. Некоторые команды заняли все места в 5-местных и одном 2-местном помещении космического корабля «Бельчонок-I». Другие команды заняли все места в 7-местных и одном 4-местном помещении космического корабля «Бельчонок-II». Найдите количество студентов в командах, если занятых 7-местных помещений оказалось на одно больше, чем занятых 5-местных.

3. Решение должно быть полным и обоснованным. (10 баллов)

Дано число $N = 125^3 \cdot (106^2 - 102^2) + 106^3 \cdot (102^2 - 125^2) + 102^3 \cdot (125^2 - 106^2)$. Существует ли у N хотя бы три различных нечётных натуральных делителя?

4. Решение должно быть полным и обоснованным. (10 баллов)

ABC – прямоугольный треугольник с гипотенузой AB , в котором проведены трисектрисы острых углов AK , AL , BM и BN , а P – точка пересечения ближайших к AB трисектрис AL и BN . Докажите, что $\triangle KMD$ – равносторонний. (Трисектрисы угла – два луча, проходящих внутри угла и делящие его на три равные части.)

5. Решение должно быть полным и обоснованным. (10 баллов)

При каких значениях n квадратную доску $n \times n$ можно разрезать по клеткам на квадратики 2×2 и 5×5 клеток?

11 класс

Вариант 2

Работа рассчитана на 240 минут.

1. Решение должно быть полным и обоснованным. (10 баллов)

На 5 листах бумаги написаны 10 первых натуральных чисел (все числа использованы и записаны по одному на каждой стороне). Оказалось, что на любом листке одно из чисел кратно другому. Листки бумаги выложены на стол так, что видно только верхнюю сторону каждого из них. Какое минимальное количество листков надо перевернуть, чтобы гарантировано можно было определить все записанные числа на нижних сторонах?

2. Решение должно быть полным и обоснованным. (10 баллов)

На межгалактические студенческие спортивные игры все команды (одинаковые по численности) добирались двумя способами. Некоторые команды заняли все места в 3-местных и одном 4-местном помещении космического корабля «Бельчонок-I». Другие команды заняли все места в 5-местных и одном 2-местном помещении космического корабля «Бельчонок-II». Найдите количество студентов в командах, если 5-местных помещений оказалось на пять больше, чем занятых 3-местных.

3. Решение должно быть полным и обоснованным. (10 баллов)

Дано число $N = 125^3 \cdot (108^2 - 106^2) + 108^3 \cdot (106^2 - 125^2) + 106^3 \cdot (125^2 - 108^2)$. Существует ли у N хотя бы три различных нечетных натуральных делителя?

4. Решение должно быть полным и обоснованным. (10 баллов)

Около треугольника ABC описали окружность с центром в точке O , CH – высота этого треугольника, точка P – основание перпендикуляра, опущенного из точки C на AO . Прямые HP и BC пересекаются в точке M . Найдите $\frac{BM}{CM}$.

5. Решение должно быть полным и обоснованным. (10 баллов)

При каких значениях n квадратную доску $n \times n$ можно разрезать по клеткам на квадратики 2×2 и 3×3 клеток?