

11 класс

Вариант 1

Решения

1. Рассмотрим движение мотоциклиста по горизонтальной поверхности. В инерциальной системе отсчета центробежной силой является сила трения. Тогда:

$$\mu mg = m \frac{v_1^2}{r_1}.$$

$$\text{Отсюда } \mu = \frac{v_1^2}{gr_1}.$$

Затем рассмотрим движение мотоциклиста по цилиндрической поверхности: в вертикальном направлении его удерживает сила трения, равная силе тяжести:

$$\mu N = mg, \text{ где } N = m \frac{v_2^2}{r_2} - \text{нормальная сила реакции цилиндрической}$$

поверхности. Следовательно

$$\frac{mv_1^2 v_2^2}{gr_1 r_2} = mg.$$

Отсюда найдем искомую скорость:

$$v_2 = \frac{g}{v_1} \sqrt{r_1 r_2} \approx 33,8 \text{ км/ч.}$$

2. Поместим начало O системы координат в точке первого падения шарика на наклонную плоскость. Ось OX направим вдоль наклонной плоскости, OY перпендикулярно к ней. Начальная скорость шарика после упругого соударения равна

$$v_0 = \sqrt{2gh} \text{ и образует с осью } OY \text{ угол } \alpha \text{ (условие упругости удара).}$$

Уравнение движения шарика вдоль оси OY имеет вид:

$$y(t) = v_0 \cos \alpha \cdot t - \frac{g \cos \alpha \cdot t^2}{2}.$$

Искомое время t_1 повторного падения шарика на наклонную плоскость найдем из условия, что в момент t_1 $y(t_1) = 0$. То есть

$$v_0 \cos \alpha \cdot t_1 - \frac{g \cos \alpha \cdot t_1^2}{2} = 0.$$

Откуда:

$$t_1 = \frac{2v_0}{g} = 2\sqrt{\frac{2h}{g}} = 2\sqrt{2}.$$

Мы видим, что время полета после отражения шарика до очередного падения на плоскость не зависит от угла наклонной плоскости.

3. Так как ток постоянный, то ток через сопротивление равен

$$I = \frac{U}{6R}$$

А напряжение на верхнем конденсаторе:

$$U_1 = I(R + 2R) = \frac{U}{2}.$$

Следовательно, заряд на верхнем конденсаторе равен

$$q_1 = CU_1 = \frac{CU}{2}.$$

4. Пусть p_0 – атмосферное давление, тогда

$$p_0 S = pS + mg.$$

Пусть p_1 – давление в сосуде, когда выпадает поршень, следовательно,

$$p_1 H = p(H - h).$$

Запишем второй закон Ньютона для поршня в тот момент, когда он выпадает:

$$ma = (p_0 - p_1)S - mg.$$

Откуда находим:

$$a = \frac{pSh}{mH}.$$

5. Проведем линию (радиус) из центра шара в точку пересечения луча с шаром и опустим из точки пересечения на главную оптическую ось перпендикуляр. Пусть β – угол между радиусом и продолжением пути луча, а α – угол между радиусом и главной оптической осью, тогда:

$$\sin \alpha = n \sin \beta.$$

Пусть R – радиус шара, тогда

$$\sin \alpha = \frac{H}{R};$$

$$\sin \beta = \frac{h}{R}.$$

Тогда получаем ответ

$$h = \frac{H}{n}.$$

11 класс

Вариант 2

Решения

1. Рассмотрим движение мотоциклиста по горизонтальной поверхности. В инерциальной системе отсчета центростремительной силой является сила трения. Тогда:

$$\mu mg = m \frac{v_1^2}{r_1}.$$

$$\text{Отсюда } \mu = \frac{v_1^2}{gr_1}.$$

Затем рассмотрим движение мотоциклиста по цилиндрической поверхности: в вертикальном направлении его удерживает сила трения, равная силе тяжести:

$\mu N = mg$, где $N = m \frac{v_2^2}{r_2}$ - нормальная сила реакции цилиндрической поверхности. Следовательно

$$\frac{mv_1^2 v_2^2}{gr_1 r_2} = mg.$$

Отсюда найдем искомую скорость:

$$v_2 = \frac{g}{v_1} \sqrt{r_1 r_2} \approx 38,7 \text{ км/ч.}$$

2. Поместим начало O системы координат в точке первого падения шарика на наклонную плоскость. Ось Ox направим вдоль наклонной плоскости, Oy перпендикулярно к ней. Начальная скорость шарика после упругого соударения равна

$v_0 = \sqrt{2gh}$ и образует с осью Oy угол α (условие упругости удара).

Уравнение движения шарика вдоль оси Oy имеет вид:

$$y(t) = v_0 \cos \alpha \cdot t - \frac{g \cos \alpha \cdot t^2}{2}.$$

Искомое время t_1 повторного падения шарика на наклонную плоскость найдем из условия, что в момент t_1 $y(t_1) = 0$. То есть

$$v_0 \cos \alpha \cdot t_1 - \frac{g \cos \alpha \cdot t_1^2}{2} = 0.$$

Откуда:

$$t_1 = \frac{2v_0}{g} = 2\sqrt{\frac{2h}{g}} = 4.$$

Мы видим, что время полета после отражения шарика до очередного падения на плоскость не зависит от угла наклонной плоскости.

3. Так как ток постоянный, то ток через сопротивление равен

$$I = \frac{U}{6R}$$

А напряжение на верхнем конденсаторе:

$$U_1 = I(R + 2R) = \frac{U}{2}.$$

Следовательно, заряд на верхнем конденсаторе равен

$$q_1 = CU_1 = \frac{CU}{2}.$$

4. Пусть p_0 – атмосферное давление, тогда

$$p_0 S = pS + mg.$$

Пусть p_1 – давление в сосуде, когда выпадает поршень, следовательно,

$$p_1 H = p(H - h).$$

Запишем второй закон Ньютона для поршня в тот момент, когда он выпадает:

$$ma = (p_0 - p_1)S - mg.$$

Откуда находим:

$$a = \frac{pSh}{mH}.$$

5. Проведем линию (радиус) из центра шара в точку пересечения луча с шаром и опустим из точки пересечения на главную оптическую ось перпендикуляр. Пусть β – угол между радиусом и продолжением пути луча, а α – угол между радиусом и главной оптической осью, тогда:

$$\sin \alpha = n \sin \beta.$$

Пусть R – радиус шара, тогда

$$\sin \alpha = \frac{H}{R};$$

$$\sin \beta = \frac{h}{R}.$$

Тогда получаем ответ

$$h = \frac{H}{n}.$$