М9.1-1 Рассматриваются квадратичные функции $y = x^2+px+q$, у которых $p+\frac{1}{4}q = 1000$. Докажите, что их графики проходят через одну точку.

М9.1-2 Рассматриваются квадратичные функции $y = x^2+px+q$, у которых $p+\frac{1}{3}q = 1000$. Докажите, что их графики проходят через одну точку.

М9.2-1 Для положительных чисел a и b выполняется неравенство $a+1{,}5b > 4$. Докажите, что тогда выполняется неравенство $\frac{a}{b} > 2{,}5-b$.

М9.2-2 Для положительных чисел a и b выполняется неравенство $a-1{,}5b > 4$. Докажите, что тогда выполняется неравенство $\frac{a}{b} > 5{,}5-b$.

М9.3-1 На некоторой планете между тремя городами A, B и C проложены дороги так, что каждый город с каждым связывают несколько (больше одной) дорог (движение по всем дорогам двустороннее). Назовем путями из города X в город Y все дороги, напрямую связывающие эти города, а также проезд вначале из X в третий город Z, а потом из Z в город Y. Известно, что города A и B связывают 29 путей, а города B и C — 23 пути. Сколько путей может связывать города A и C?

М9.3-2 На некоторой планете между тремя городами A, B и C проложены дороги так, что каждый город с каждым связывают несколько (больше одной) дорог (движение по всем дорогам двустороннее). Назовем путями из города X в город Y все дороги, напрямую связывающие эти города, а также проезд вначале из X в третий город Z, а потом из Z в город Y. Известно, что города A и B связывают 39 путей, а города B и C — 29 путей. Сколько путей может связывать города A и C?

М9.4-1 В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AD и CE. Точки M и N — основания перпендикуляров, опущенных на прямую DE из точек A и C соответственно. Какую *наибольшую* длину может иметь отрезок ME, если $DN = 5$?

М9.4-2 В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AD и CE. Точки M и N — основания перпендикуляров, опущенных на прямую DE из точек A и C соответственно. Какую *наибольшую* длину может иметь отрезок DN, если $ME = 10$?