9-10 классы

11. Найдите **наименьшее** натуральное число N такое, что при вычеркивании цифр числа N можно получить числа, произведение цифр которых равны param1.

param1	Ответ
12, 14, 16, 18, 20	
20, 24, 28, 32, 36	
12, 18, 50, 72, 135	
15, 16, 28, 70, 108	
12, 15, 48, 60, 196	

12. Различные нечетные числа a, b, c таковы, что param1. Какое **наибольшее** значение может принимать выражение param2?

param1	param2	Ответ
$a^3(b-c)+b^3(c-a)+c^3(a-b)=a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$	$a+b+c$	
$8a^3(b-c)+b^3(c-2a)+c^3(2a-b)=4a^2(b-c)+b^2(c-2a)+c^2(2a-b)$	$2a+b+c$	

$a^3(2b-c)+8b^3(c-a)+c^3(a-2b)=a^2(2b-c)+4b^2(c-a)+c^2(a-2b)$	$a+2b+c$	
$a^3(b-2c)+b^3(2c-a)+8c^3(a-b)=a^2(b-2c)+b^2(2c-a)+4c^2(a-b)$	$a+b+2c$	
$8a^3(b-2c)+2b^3(c-a)+8c^3(2a-b)=4a^2(b-2c)+2b^2(c-a)+4c^2(2a-b)$	$2a+b+2c$	

13. Найдите **наименьшее** натуральное число N такое, что среди чисел от N до param1 (включительно) нет ни одного точного квадрата.

param1	Ответ
$N+10123$	
$N+20161$	
$N+30221$	
$N+40403$	
$N+50205$	

14. Дан правильный 18-угольник. Найдите количество троек его вершин, являющихся вершинами треугольника, в котором хотя бы один угол равен param1. (Две тройки вершин, отличающиеся порядком вершин, считаются одинаковыми.)

param1	Ответ
40°	
30°	
50°	
70°	
20°	

15. Прямоугольник param1 разрезан на квадраты 1×1, 2×2 и прямоугольники 2×3. Суммарное количество квадратов разрезания оказалось равным N, где param2. Найдите **наименьшее** возможное значение N.

param1	param2	Ответ
98×181	$N>2480$	
93×191	$N>2668$	
85×181	$N>3283$	
71×189	$N>3934$	
123×227	$N>3636$	

16. Задана функция $f:\mathbb{R}_+\to\mathbb{R}_+$, где $\mathbb{R}_+=[0,+\infty)$, удовлетворяющая при всех неотрицательных x и y равенству $(y+1)f(x+y)=f(xf(y))$. Найдите param1, если param2.

param1	param2	Ответ
$f(9)$	$f(0,25)=0,8$	
$f(4)$	$f(0,6)=0,625$	
$f(19)$	$f(1,5)=0,4$	
$f(3)$	$f(99)=0,01$	
$f(49)$	$f(1)=0,5$	

17. Пусть AM – медиана треугольника ABC. На отрезке AM выбрана точка K так, что $\angle BAC + \angle BKC = 180°$. Какую **наибольшую** длину может иметь отрезок BK, если param1?

param1	Ответ
$AB = 10, CK = 9, AC = 12$	
$AB = 14, CK = 5, AC = 7$	
$AB = 13, CK = 6, AC = 8$	
$AB = 15, CK = 8, AC = 12$	
$AB = 11, CK = 8, AC = 10$	

18. Для некоторых натуральных чисел a и b выполняется неравенство param1. Найдите **наименьшее** возможное значение суммы $a+b$, если каждое из этих чисел больше param2.

param1	param2	Ответ
$\sqrt{a(a+111)} + \sqrt{b(b+111)} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{(a+111)(b+111)}$	10000	
$\sqrt{a(a+110)} + \sqrt{b(b+110)} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{(a+110)(b+110)}$	20000	
$\sqrt{a(a+213)} + \sqrt{b(b+213)} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{(a+213)(b+213)}$	30000	
$\sqrt{a(a+215)} + \sqrt{b(b+215)} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{(a+215)(b+215)}$	40000	
$\sqrt{a(a+314)} + \sqrt{b(b+314)} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{(a+314)(b+314)}$	50000	

19. Квадрат $ABCD$ и окружность расположены так, что окружность касается прямой BD в точке D, а центр окружности лежит по ту же сторону от прямой BD, что и точка A. Из точки A к окружности провели касательные AK и AM (K, M – точки касания). Оказалось, что угол KAM = param1. Найдите сторону квадрата, если радиус окружности равен param2.

param1	param2	Ответ
$2\arcsin\sqrt{\frac{2}{5}}$	$3\sqrt{2}$	
$2\arcsin\sqrt{\frac{1}{5}}$	$7\sqrt{2}$	
$2\arcsin\sqrt{\frac{2}{17}}$	$5\sqrt{2}$	
$2\arcsin\sqrt{\frac{1}{13}}$	$11\sqrt{2}$	
$2\arcsin\sqrt{\frac{2}{37}}$	$\sqrt{2}$	

20. Про квадратный трехчлен $g(x)$ известно, что param1 и param2. Найдите произведение корней уравнения $g(x) = 0$.

param1	param2	Ответ
$g(1) + g(2) = 0$	$g(5) + g(8) = 0$	
$g(2) + g(3) = 0$	$g(11) + g(-1) = 0$	

$g(3)+g(4)=0$	$g(13)+g(-2)=0$	
$g(7)+g(2)=0$	$g(3)+g(14)=0$	
$g(3)+g(5)=0$	$g(2)+g(11)=0$	