

9-10 классы

11. Найдите **наименьшее** натуральное число N такое, что при вычеркивании цифр числа N можно получить числа, произведение цифр которых равны param1.

param1	Ответ
12, 14, 16, 18, 20	2233457
20, 24, 28, 32, 36	334578
12, 18, 50, 72, 135	234559
15, 16, 28, 70, 108	2234579
12, 15, 48, 60, 196	344577

12. Различные нечетные числа a, b, c таковы, что param1. Какое **наибольшее** значение может принимать выражение param2?

param1	param2	Отве т
$a^3(b-c) + b^3(c-a) + c^3(a-b) = a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b)$	$a+b+c$	1
$8a^3(b-c) + b^3(c-2a) + c^3(2a-b) = 4a^2(b-c) + b^2(c-2a) + c^2(2a-b)$	$2a+b+c$	1

$a^3(2b-c)+8b^3(c-a)+c^3(a-2b)=a^2(2b-c)+4b^2(c-a)+c^2(a-2b)$	$a+2b+c$	1
$a^3(b-2c)+b^3(2c-a)+8c^3(a-b)=a^2(b-2c)+b^2(2c-a)+4c^2(a-b)$	$a+b+2c$	1
$8a^3(b-2c)+2b^3(c-a)+8c^3(2a-b)=4a^2(b-2c)+2b^2(c-a)+4c^2(2a-b)$	$2a+b+2c$	1

13. Найдите **наименьшее** натуральное число N такое, что среди чисел от N до param1 (включительно) нет ни одного точного квадрата.

param1	Ответ
$N+10123$	25623845
$N+20161$	101626562
$N+30221$	228342322
$N+40403$	408120805
$N+50205$	630160610

14. Дан правильный 18-угольник. Найдите количество троек его вершин, являющихся вершинами треугольника, в котором хотя бы один угол равен param1 . (Две тройки вершин, отличающиеся порядком вершин, считаются одинаковыми.)

param1	Ответ
40°	216
30°	234
50°	198
70°	162
20°	252

15. Прямоугольник param1 разрезан на квадраты 1×1 , 2×2 и прямоугольники 2×3 . Суммарное количество квадратов разрезания оказалось равным N , где param2 . Найдите **наименьшее** возможное значение N .

param1	param2	Ответ
98×181	$N > 2480$	2483
93×191	$N > 2668$	2670
85×181	$N > 3283$	3286
71×189	$N > 3934$	3936
123×227	$N > 3636$	3639

16. Задана функция $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$, где $\mathbb{R}_+ = [0, +\infty)$, удовлетворяющая при всех неотрицательных x и y равенству $(y+1)f(x+y) = f(xf(y))$. Найдите param1 , если param2 .

param1	param2	Ответ
$f(9)$	$f(0,25) = 0,8$	0,1
$f(4)$	$f(0,6) = 0,625$	0,2
$f(19)$	$f(1,5) = 0,4$	0,05
$f(3)$	$f(99) = 0,01$	0,25
$f(49)$	$f(1) = 0,5$	0,02

17. Пусть AM – медиана треугольника ABC . На отрезке AM выбрана точка K так, что $\angle BAC + \angle BKC = 180^\circ$. Какую **наибольшую** длину может иметь отрезок BK , если param1 ?

param1	Ответ
$AB = 10, CK = 9, AC = 12$	7,5
$AB = 14, CK = 5, AC = 7$	10
$AB = 13, CK = 6, AC = 8$	9,75
$AB = 15, CK = 8, AC = 12$	10
$AB = 11, CK = 8, AC = 10$	8,8

18. Для некоторых натуральных чисел a и b выполняется неравенство param1 . Найдите **наименьшее** возможное значение суммы $a + b$, если каждое из этих чисел больше param2 .

param1	param2	Ответ
$\sqrt{a(a+111)} + \sqrt{b(b+111)} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{(a+111)(b+111)}$	10000	20113
$\sqrt{a(a+110)} + \sqrt{b(b+110)} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{(a+110)(b+110)}$	20000	40112
$\sqrt{a(a+213)} + \sqrt{b(b+213)} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{(a+213)(b+213)}$	30000	60215
$\sqrt{a(a+215)} + \sqrt{b(b+215)} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{(a+215)(b+215)}$	40000	80217
$\sqrt{a(a+314)} + \sqrt{b(b+314)} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{(a+314)(b+314)}$	50000	100316

19. Квадрат $ABCD$ и окружность расположены так, что окружность касается прямой BD в точке D , а центр окружности лежит по ту же сторону от прямой BD , что и точка A . Из точки A к окружности провели касательные AK и AM (K, M – точки касания). Оказалось, что угол $KAM = \text{param1}$. Найдите сторону квадрата, если радиус окружности равен param2 .

param1	param2	Ответ
$2 \arcsin \sqrt{\frac{2}{5}}$	$3\sqrt{2}$	9
$2 \arcsin \sqrt{\frac{1}{5}}$	$7\sqrt{2}$	28
$2 \arcsin \sqrt{\frac{2}{17}}$	$5\sqrt{2}$	25
$2 \arcsin \sqrt{\frac{1}{13}}$	$11\sqrt{2}$	66
$2 \arcsin \sqrt{\frac{2}{37}}$	$\sqrt{2}$	7

20. Про квадратный трехчлен $g(x)$ известно, что param1 и param2 . Найдите произведение корней уравнения $g(x) = 0$.

param1	param2	Ответ
$g(1) + g(2) = 0$	$g(5) + g(8) = 0$	10,1
$g(2) + g(3) = 0$	$g(11) + g(-1) = 0$	48

$g(3) + g(4) = 0$	$g(13) + g(-2) = 0$	117
$g(7) + g(2) = 0$	$g(3) + g(14) = 0$	59
$g(3) + g(5) = 0$	$g(2) + g(11) = 0$	55,8