

10 класс

11. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AD и CE . На отрезке AD выбрана точка P , а на отрезке CE выбрана точка Q так, что углы AQB и CPB – прямые. Найдите произведение $BP \cdot BQ$ если известно, что площадь треугольника ABC равна param1 , а param2 .

param1	param2	Ответ
3	$\cos(\angle ABC) = \frac{3}{5}$	4,5
6	$\cos(\angle ABC) = \frac{4}{5}$	16
3	$\cos(\angle ABC) = \frac{5}{13}$	2,5
2	$\cos(\angle ABC) = \frac{12}{13}$	9,6
3	$\cos(\angle ABC) = \frac{8}{17}$	3,2

12. Найдите **наименьшее** значение выражения $2\sin^5 x + 3\cos^5 x$, если x удовлетворяет равенству param1 .

param1	Ответ
$(\sin x + 1)^2 + \cos^3 x = 0$	-3
$(\sin x - 1)^2 + \cos^3 x = 0$	-3
$(\sin x - 1)^2 - \cos^3 x = 0$	2
$(\sin x + 1)^2 - \cos^3 x = 0$	-2

13. При каком **минимальном** значении параметра a система param1 будет иметь ровно три решения. В ответ запишите куб найденного значения параметра.

param1	Ответ
$\begin{cases} y = ax^2 + a^2, \\ \left(y + \frac{x^4}{4}\right) \left(x^2 + \left(y - \frac{a^2}{2}\right)^2 - \frac{a^4}{4}\right) = 0 \end{cases}$	-1

$\begin{cases} y = 2ax^2 + a^2, \\ (y + x^4) \left(x^2 + \left(y - \frac{a^2}{2} \right)^2 - \frac{a^4}{4} \right) = 0 \end{cases}$	-0,5
$\begin{cases} x = ay^2 + a^2, \\ (4x + y^4) \left(4y^2 + (2x - a^2)^2 - a^4 \right) = 0 \end{cases}$	-1
$\begin{cases} x = 2ay^2 + a^2, \\ (x + y^4) \left(4y^2 + (2x - a^2)^2 - a^4 \right) = 0 \end{cases}$	-0,5

14. Дана трапеция $ABCD$ (param1). O – точка пересечения диагоналей AC и BD . Окружность описанная вокруг треугольника ABO пересекает основание AD повторно в точке E . Найдите максимум $OE \cdot AC$.

param1	Ответ
$AB = BC = CD = 2$	4
$AB = BC = CD = 3$	9
$AB = BC = CD = 4$	16
$AB = BC = CD = 5$	25
$AB = BC = CD = 6$	36

15. Найдите все значения a и b , при которых уравнения param1 имеют два общих корня. В ответе укажите наибольшее возможное значение $a + b$.

param1	Ответ
$x(x^2 - 4x - 1) = a$ и $x(x - 2) = b$	-5
$x(x^2 - x - 11) = a$ и $x(x + 2) = b$	-10
$x(x^2 - 11) = a$ и $x(x - 2) = b$	21
$x(x^2 + 5x - 1) = a$ и $x(x + 2) = b$	28
$x(x^2 - 4x - 1) = a$ и $x(x - 1) = b$	-8

16. Найдите количество param1-значных чисел, произведение цифр которых делится на param2.

param1	param2	Ответ
6	14	626327
6	21	606825
7	10	6841107
7	15	6701037
7	14	6841107

17. Периметр треугольника ABC равен param1. Обозначим точки касания сторон BC , AC , AB с вписанной окружности через A_1 , B_1 , C_1 соответственно. Известно, что $\frac{CA_1}{AB} + \frac{AB_1}{BC} + \frac{BC_1}{AC} = \text{param 2}$. Найдите $\frac{1}{AB} + \frac{1}{BC} + \frac{1}{AC}$.

param1	param2	Ответ
20	2	0,5
12	3	1
7	4	2
4	5	4
6	6	3

18. Пусть x, y, z – натуральные числа. Известно, что произведение $xuz = \text{param1}$. На какую максимальную степень двойки может делиться $x^2 + y^2 + z^2$?

param1	Ответ
6266880	9
8773632	9
12386304	11
14745600	11
8847360	11

19. В ряд в порядке возрастания выписали все шестизначные числа. Потом те из них, в записи которых встречаются цифры 0, 7, 8 или 9, вычеркнули. Какое число будет стоять на param1 месте?

param1	Ответ
25316	424222
12379	244261
25781	426315
19753	342351
21358	353624

20. Вася сложил 23 числа, в десятичной записи которых используется одна и та же цифра N и не используются никакие другие цифры. Какое **наименьшее** число, большее param1, он мог получить?

param1	Ответ
750438066	750438069
1376805726	1376805729
1183707096	1183707099
2183403726	2183403729
910403826	910403829