9-10 классы

11. Пусть ω – окружность, описанная около остроугольного треугольника ABC, и AL – биссектриса треугольника ABC. Обозначим через P точку пересечения продолжения высоты BH треугольника ABC с окружностью ω. Известно, что $BP = CP$, а param1. Найдите $\angle ALC$. Ответ дайте в градусах.

param1	Ответ
$\angle BAC = 78°$	
$\angle BAC = 70°$	
$\angle BAC = 75°$	
$\angle BAC = 81°$	
$\angle BAC = 85°$	

12. Известно, что param1 (*a*, *b*, *c*, *d* – некоторые числа). Найдите $a+b+c+d$.

param1	Ответ
$-26x^3 + 24x^2 - 6x = (ax+b)^3 + (cx+d)^3$	
$\frac{x^2}{6} + 6x + 56 = (ax+b)^3 + (cx+d)^3$	
$-7x^3 + 18x^2 - 12x = (ax+b)^3 + (cx+d)^3$	
$6x^2 + 24x + 26 = (ax+b)^3 + (cx+d)^3$	

13. Дана арифметическая прогрессия param1, у которой param2. Найдите сумму param3.

param1	param2	param3	Ответ
$a_1, a_2, \ldots, a_{443}$	$a_1 = 2, a_{443} = 17$	$\frac{1}{a_1a_2} + \frac{1}{a_2a_3} + \frac{1}{a_3a_4} + \ldots + \frac{1}{a_{442}a_{443}}$	
$a_1, a_2, \ldots, a_{661}$	$a_1 = 3, a_{661} = 20$	$\frac{1}{a_1a_2} + \frac{1}{a_2a_3} + \frac{1}{a_3a_4} + \ldots + \frac{1}{a_{660}a_{661}}$	
$a_1, a_2, \ldots, a_{316}$	$a_1 = 5, a_{316} = 21$	$\frac{1}{a_1a_2} + \frac{1}{a_2a_3} + \frac{1}{a_3a_4} + \ldots + \frac{1}{a_{315}a_{316}}$	
$a_1, a_2, \ldots, a_{496}$	$a_1 = 11, a_{496} = 3$	$\frac{1}{a_1a_2} + \frac{1}{a_2a_3} + \frac{1}{a_3a_4} + \ldots + \frac{1}{a_{495}a_{496}}$	
$a_1, a_2, \ldots, a_{989}$	$a_1 = 19, a_{989} = 4$	$\frac{1}{a_1a_2} + \frac{1}{a_2a_3} + \frac{1}{a_3a_4} + \ldots + \frac{1}{a_{988}a_{989}}$	

14. Точки *E* и *F* – середины сторон *BC* и *CD* параллелограмма *ABCD* соответственно. Окружность Ω, построенная на *AE* как на диаметре, проходит через точку *F*. Найдите длину отрезка *AD*, если param1 Ω равен param2.

param1	param2	Ответ
радиус	3	
радиус	6	
радиус	9	
диаметр	3	
диаметр	9	

15. Какое **наименьшее целое** значение может принимать сумма корней уравнения param1?

param1	Ответ
$x^2-(a^2+2)x+a^2+6=0$	
$x^2-(a^2+2)x+a^2+8=0$	
$x^2-(a^2+4)x+2a^2+7=0$	
$x^2-(a^2+4)x+2a^2+9=0$	

16. Последнюю цифру шестизначного числа переставили в начало (например, 456789 → 945678), и полученное шестизначное число прибавили к исходному числу. Какие числа из промежутка param1 могли получиться в результате сложения? В ответ запишите сумму полученных чисел.

param1	Ответ
$[891870;\ 891899]$	
$[375355;\ 375380]$	
$[427411;\ 427434]$	
$[639619;\ 639647]$	

17. Взяли натуральные числа param1 и написали эти param2 вдоль верхней стороны таблицы param3 (по одному числу над каждым столбцом), и эти же param2 записали вдоль левой стороны таблицы (по одному числу слева от каждой строки). В клетки таблицы записали произведения соответствующих чисел («таблица умножения»). Какое количество произведений в этой таблице делится на 10?

param1	param2	param3	Ответ
от 15 до 87	73 числа	73×73	
от 17 до 79	63 числа	63×63	
от 13 до 80	68 чисел	68×68	
от 19 до 85	67 чисел	67×67	
от 16 до 88	73 числа	73×73	

18. По итогам волейбольного турнира, проведенного в один круг (т.е. каждая команда сыграла с каждой одну игру), оказалось, что первые три команды выиграли у каждой из остальных команд, а сумма очков, набранных первыми тремя командами, на param1 меньше, чем сумма очков, набранных остальными командами. Какое **наименьшее** количество команд могло участвовать в таком турнире? (За победу в игре дается 1 очко, за поражение – 0; ничьих в волейболе не бывает.)

param1	Ответ
19	
36	
57	
82	

19. Найдите param1, если param2 для всех действительных x, и param3.

param1	param2	param3	Ответ

$f(1000)$	$f(x+3)=f(x)+x-7$	$f(1)=1$	
$f(700)$	$f(x+3)=f(x)+2x+5$	$f(1)=2$	
$f(1000)$	$f(x+3)=f(x)-x+10$	$f(1)=15$	
$f(850)$	$f(x+3)=f(x)-2x-1$	$f(1)=3$	
$f(700)$	$f(x+3)=f(x)+3x-2$	$f(1)=-5$	

20. В клетки квадратной доски param1 поставили фишки. Оказалось, что для любой фишки либо в столбце, либо в строке, где эта фишка стоит, больше фишек нет. Какое **наибольшее** количество фишек может стоять на доске?

param1	Ответ
30×30	
25×25	
35×35	
40×40	
50×50	