Дистанционный тур олимпиады «Физтех – интернешнл» 2017-2018

11 класс

1. Известно, что у трехчлена $f(x)=x^2+ax+b$ корни соответственно на 3 больше, чем корни трехчлена param1. Пусть M – сумма коэффициентов $f(x)$, а N – сумма коэффициентов трехчлена $g(x)$. Какое **наименьшее** значение может принимать $|M-N|$?

param1	
$g(x)=x^2-(5+c^2)x+d$	
$g(x)=x^2-(7+c^2)x+d$	
$g(x)=x^2-(9+c^2)x+d$	
$g(x)=x^2-(11+c^2)x+d$	

2. На координатной плоскости нарисован график функции param1. Рассматриваются прямоугольные треугольники такие, что все три вершины лежат на этом графике, причем вершина прямого угла расположена в начале координат. Какое param2 значение может принимать произведение расстояний от вершин острых углов до оси Ox?

param1	param2	
$y=\frac{1}{243}x^6$	**наибольшее**	
$y=32x^6$	**наибольшее**	
$y=\frac{1}{32}x^6$	**наименьшее**	
$y=\frac{32}{243}x^6$	**наименьшее**	

3. Точки K, L и M – соответственно середины сторон BC, CA и AB треугольника ABC. Обозначим $R(XYZ)$ – радиус окружности, описанной около треугольника XYZ. Оказалось, что $R(AKC):R(AKB)$=param1, $R(CLB):R(BLA)$=param2. Найдите отношение $R(AMC):R(BMC)$.

param1	param2	
1,8	1,2	
2,1	1,5	
1,75	1,4	
2,1	1,75	
2	1,6	

4. Пусть $f(x)$ – квадратный трехчлен. График параболы $y=f(x)$ касается прямых param1 и param2. Найдите **наибольшее** возможное значение дискриминанта этого трехчлена.

param1	param2	
$y = x + 3$	$y = -3x - 9$	
$y = x - 2$	$y = 8 - 4x$	
$y = -3x - 15$	$y = x + 5$	
$y = 20 - 5x$	$y = x - 4$	

5. Числа x и y являются решениями системы уравнений param1, где a – параметр. Какое param2 значение принимает выражение param3?

param1	param2	param3	
$\begin{cases} ax + y = a + 1 \\ x + 4ay = 3 \end{cases}$	**наибольшее**	$x^2 - 6y^2$	
$\begin{cases} -x + ay = 2a \\ ax - y = 3a - 5 \end{cases}$	**наименьшее**	$x^2 + y^2$	
$\begin{cases} ax + 9y = a + 3 \\ x + ay = 2 \end{cases}$	**наибольшее**	$3y^2 - x^2$	
$\begin{cases} x + ay = 3a \\ ax + y = a + 4 \end{cases}$	**наименьшее**	$2x^2 + y^2$	

6. Сколькими способами можно заменить все звёздочки на param1 чётных и param2 нечетных цифры (не обязательно различных) в числе param3 так, чтобы полученное число делилось на 12?

param1	param2	param3	
3	3	2017*7**13**112*	
5	2	2017***123***34*	
2	3	2017*171***256*	
2	4	2017**25**7*78*	

7. Остроугольный треугольник ABC вписан в окружность Ω. Продолжения высот треугольника ABC, проведенных из вершин A и C, пересекают Ω в точках M и N. Найдите радиус окружности Ω, если param1.

param1	
$AC = 7,\ MN = 4\sqrt{6}$	
$AC = 11,\ MN = 2\sqrt{21}$	
$AC = 6,\ MN = \sqrt{119}$	
$AC = 5,\ MN = 2\sqrt{21}$	
$AC = 7,\ MN = 6\sqrt{5}$	

8. В опросе участвовали param1 человек. Им был предложен список из N фильмов. Каждый должен был назвать свои любимые фильмы из этого списка. Оказалось, что каждый назвал не менее двух фильмов. При этом у любой пары опрошенных среди названных ими любимых фильмов было не больше одного общего. Найдите **наименьшее** возможное значение N.

param1	
30	
39	
49	
57	
60	

9. Дан правильный param1. Найдите количество четвёрок его вершин, являющихся вершинами выпуклого четырёхугольника, в котором ровно два угла равны 90°. (Две четвёрки вершин, отличающиеся порядком вершин, считаются одинаковыми.)

param1	
16-угольник	
18-угольник	
20-угольник	
14-угольник	

10. Найдите сумму корней уравнения param1, лежащих на отрезке param2. Ответ запишите в градусах.

param1	param2	
$\sin x + \sin^2 x + \cos^3 x = 0$	$[360°; 720°]$	
$\cos x - \cos^2 x - \sin^3 x = 0$	$[180°; 540°]$	
$\sin x + \sin^2 x + \cos^3 x = 0$	$[-360°; 0°]$	
$\cos x - \cos^2 x - \sin^3 x = 0$	$[-540°; -180°]$	