10 класс

11. Найдите **наименьшее** натуральное x, при котором из того, что param1 делится на 31, следует, что param2 также делится на 31 (m и n – натуральные).

param1	param2	Ответ
$15m+4n$	$17m+xn$	19
$13m+5n$	$23m+xn$	16
$15m+2n$	$16m+xn$	29
$17m+6n$	$11m+xn$	13

12. Найдите количество целочисленных решений $(x; y; z)$ уравнения param1, удовлетворяющих условию param2.

param1	param2	Ответ
$60^x \cdot \left(\frac{500}{3}\right)^y \cdot 360^z = 2160$	$\lvert x+y+z \rvert \le 60$	60
$60^x \cdot \left(\frac{500}{3}\right)^y \cdot 360^z = 12960$	$\lvert x+y+z \rvert < 71$	70
$60^x \cdot \left(\frac{500}{3}\right)^y \cdot 360^z = 6000$	$\lvert x+y+z \rvert \le 102$	102
$60^x \cdot \left(\frac{500}{3}\right)^y \cdot 360^z = 36000$	$\lvert x+y+z \rvert < 87$	86

13. Две параболы param1 и param2 касаются в точке, лежащей на оси Ox. Через точку D – вторую точку пересечения первой параболы с осью Ox – проведена вертикальная прямая, пересекающая вторую параболу в точке A, а общую касательную к параболам – в точке B. Найдите отношение $BD : AB$.

param1	param2	Ответ
$y = 3x^2 + ax + b$	$y = -2x^2 + cx + d$	1,5
$y = 7x^2 + ax + b$	$y = -5x^2 + cx + d$	1,4
$y = 4x^2 + ax + b$	$y = -x^2 + cx + d$	4
$y = 5x^2 + ax + b$	$y = -4x^2 + cx + d$	1,25

14. Известно, что для всех пар положительных чисел (x; y), для которых выполняется равенство $x + y =$ param1 и неравенство $x^2 + y^2 >$ param2, выполняется и неравенство $x^4 + y^4 > m$. Какое **наибольшее** значение может принимать m?

param1	param2	Ответ
5	14	135,5
7	28	563,5
6	23	444,5
8	35	804,5
9	42	1003,5

15. Внутри острого угла ABC взяты точки M и N так, что $\angle ABM = \angle MBN = \angle NBC$, $AM \perp BM$ и $AN \perp BN$. Прямая MN пересекает луч BC в точке K. Найдите MK, если param1.

param1	Ответ
$BM = 3\sqrt{2},\ BK = \sqrt{2}$	4
$BM = 6,\ BK = \sqrt{11}$	5
$BM = \sqrt{29},\ BK = 2$	5
$BM = 5\sqrt{3},\ BK = \sqrt{11}$	8

16. Окружность, проходящая через вершины A и C треугольника ABC, пересекает стороны AB и CB в точках Q и P соответственно. Биссектриса угла ABC пересекает отрезок AP в точке E и отрезок CQ – в точке F. Найдите длину AE, если param1.

param1	Ответ
$QF = 2,\ PE = 3,\ CF = 6$	9
$QF = 2,\ PE = 5,\ CF = 7$	17,5
$QF = 6,\ PE = 7,\ CF = 9$	10,5
$QF = 5,\ PE = 2,\ CF = 11$	4,4

17. Известно, что число a удовлетворяет уравнению param1, а число b – уравнению param2. Найдите **наибольшее** возможное значение суммы $a+b$.

param1	param2	Ответ
$x^3-3x^2+5x-17=0$	$x^3-3x^2+5x+11=0$	2
$x^3+3x^2+6x-9=0$	$x^3+3x^2+6x+17=0$	–2
$x^3-6x^2+16x-28=0$	$x^3-6x^2+16x-4=0$	4
$x^3+6x^2+17x+7=0$	$x^3+6x^2+17x+29=0$	–4

18. Дана последовательность $x_n=n(n+1)$. Известно, что разность двух членов этой последовательности с номерами k и l (param1) делится на param2. Найдите **наименьшее** возможное значение суммы $l+k$.

param1	param2	Ответ
$l<70<k$	5^8	3124
$l<150<k$	5^9	15624
$l<350<k$	5^9	3124
$l<415<k$	5^{10}	15624

19. В футбольном турнире, проходящем в один круг (каждая команда должны сыграть с каждой ровно по одному разу), играют N команд. В некоторый момент турнира тренер команды A заметил, что любые две команды, отличные от A, сыграли разное количество игр. Также известно, что к этому моменту команда A сыграла param1 игр. Какое количество N команд могло участвовать в этом турнире? В ответ запишите сумму всех возможных значений N.

param1	Ответ
10	63
11	69
12	75
13	81
15	93

20. На столе лежит param1 внешне одинаковых монет. Известно, что среди них ровно param2 фальшивых. Разрешается указать на любые две монеты и спросить, верно ли, что обе эти монеты фальшивые. За какое наименьшее количество вопросов можно гарантированно получить по крайней мере один ответ «Верно»?

param1	param2	Ответ
105	53	54

129	65	66
167	84	85
125	63	64
207	104	105