

10 класс

11. Известно, что у трехчлена $f(x) = x^2 + ax + b$ корни соответственно на 2 больше, чем корни трехчлена `param1`. Пусть M – сумма коэффициентов $f(x)$, а N – сумма коэффициентов $g(x)$. Какое **наибольшее** значение может принимать $|M - N|$?

<code>param1</code>	Ответ
$g(x) = x^2 - 5x + c$	10
$g(x) = x^2 - 7x + c$	14
$g(x) = x^2 - 9x + c$	18
$g(x) = x^2 - 11x + c$	22

12. Дан правильный `param1`. Сколькими способами можно выбрать три его вершины так, чтобы они являлись вершинами треугольника, длины всех сторон которого различны? (Две тройки вершин, отличающиеся порядком вершин, считаются одинаковыми.)

<code>param1</code>	Ответ
21-угольник	1134
27-угольник	2592
33-угольник	4950
39-угольник	8424

13. Найдите количество пар $(m; n)$ целых чисел, удовлетворяющих неравенству param1.

param1	Ответ
$ 3m + n \leq 150$	15101
$ m + 3n \leq 131$	11529
$ 3m + n < 155$	15915
$ m + 3n < 124$	10169

14. На координатной плоскости нарисован график функции param1. Рассматриваются прямоугольные треугольники такие, что все три вершины лежат на этом графике, причем вершина прямого угла расположена в начале координат. Какое param2 значение может принимать произведение расстояний от вершин острых углов до оси Oy ?

param1	param2	Ответ
$y = \frac{8}{27}x^4$	наибольшее	2,25
$y = 64x^4$	наибольшее	0,0625
$y = \frac{8}{125}x^4$	наименьшее	6,25
$y = \frac{1}{216}x^4$	наименьшее	36

15. Внутри треугольника ABC выбрали точку S . Прямые AS , BS и CS пересекают стороны BC , CA и AB в точках K , L и M соответственно. Обозначим $R(XYZ)$ – радиус окружности, описанной около треугольника XYZ . Оказалось, что $R(AKB):R(AKC) = \text{param1}$, $R(ALB):R(CLB) = \text{param2}$. Найдите отношение $R(BMC):R(AMC)$.

param1	param2	Ответ
2,1	1,4	1,5
2,7	2,4	1,125
1,75	1,25	1,4
2,7	1,8	1,5
2,1	1,2	1,75

16. Пусть $f(x)$ – квадратный трехчлен. График параболы $y = f(x)$ касается прямых param1 и param2. Найдите **наименьшее** возможное значение дискриминанта этого трехчлена.

param1	param2	Ответ
$y = x - 7$	$y = 21 - 3x$	-3
$y = x + 2$	$y = -5x - 10$	-5
$y = -2x - 22$	$y = x + 11$	-2
$y = 24 - 4x$	$y = x - 6$	-4

17. Сколькими способами можно заменить все param1 звёздочек на четные цифры (не обязательно различные) в числе param2 так, чтобы полученное число делилось на 12?

param1	param2	Ответ
6	2017*1*5***12*	3125
7	2017****199**24*	15625
5	2017**7**256*	625
6	2017**1**23*118*	3125

18. В музыкальной школе param1 мальчиков и несколько девочек. На 8 марта каждый из мальчиков подарил подарки по крайней мере двум девочкам. При этом для любых двух мальчиков не найдется двух девочек таких, что они оба подарили этим девочкам подарки. Какое **наименьшее** количество девочек могло быть в музыкальной школе?

param1	Ответ
40	10
48	11
50	11
56	12
70	13

19. Остроугольный треугольник KLM вписан в окружность Ω . Продолжения высот треугольника KLM , проведенных из вершин K и M , пересекают Ω в точках P и Q . Найдите радиус окружности Ω , если param1.

param1	Ответ
$KM = 7, PQ = 3\sqrt{19}$	9,8
$KM = 9, PQ = 4\sqrt{14}$	8,1
$KM = 3, PQ = 4\sqrt{2}$	4,5
$KM = 4, PQ = \sqrt{39}$	3,2
$KM = 13, PQ = 2\sqrt{69}$	8,45

20. Известно, что для попарно различных чисел a, b, c выполняется равенство param1. Какое **наибольшее** значение может принимать выражение $a + b + c$?

param1	Ответ
--------	-------

$a^3(b-c)+b^3(c-a)+c^3(a-b)=3(a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b))$	3
$a^3(b-c)+b^3(c-a)+c^3(a-b)=5(a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b))$	5
$a^3(b-c)+b^3(c-a)+c^3(a-b)=7(a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b))$	7
$a^3(b-c)+b^3(c-a)+c^3(a-b)=11(a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b))$	11
$a^3(b-c)+b^3(c-a)+c^3(a-b)=13(a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b))$	13