

Номера задач в зависимости от класса:

11 класс	10 класс	9 класс
1.	11.	19.
2.	12.	12.
3.	13.	13.
4.	4.	20.
5.	14.	21.
6.	15.	3.
7.	16.	22.
8.	17.	23.
9.	18.	24.
10.	10.	25.
A1.	A1.	7.
A2.	A2.	A1.

1. В классе param1 мальчиков и param2 девочек. К Новому Году учительница раздала ребятам конфеты (каждому хотя бы по одной), причем всем мальчикам досталось поровну конфет, и всем девочкам досталось поровну конфет. Оказалось, что существует лишь один способ такой раздачи (так, чтобы раздать все конфеты). Какое наибольшее число конфет могло быть у учительницы?

param1	param2	Ответ
17	12	408
15	14	420
13	16	416
11	18	396

2. Среднее арифметическое param1 различных натуральных чисел равно param2 .

Найдите наименьшее возможное значение наибольшего из этих чисел.

param1	param2	Ответ
десяти	15	20
двенадцати	17	23
четырнадцати	19	26
шестнадцати	21	29

3. Найдите сумму действительных корней всех квадратных трехчленов вида param1 , где p принимает все целые значения param2 .

param1	param2	Ответ
$y = x^2 + px + 101$	от -30 до 9	255
$y = x^2 + px + 82$	от -11 до 31	-325
$y = x^2 + px + 122$	от -35 до 17	377
$y = x^2 + px + 75$	от -13 до 29	-282

4. На сторонах AB и BC треугольника ABC взяты соответственно точки N и M . Отрезки AM и CN пересекаются в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если известно, что площади треугольников ANP , CMP и CPA равны соответственно $param1$, $param2$, $param3$.

param1	param2	param3	Ответ
5	7	6	858
6	8	7	1365
7	9	8	2040
8	10	9	2907

5. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребрами длины $AD = param1$, $AB = param2$, $AA_1 = param3$. Внутри параллелепипеда расположена сфера, касающаяся трех граней с вершиной A , и касающаяся диагонали $B_1 D$. Найдите радиус сферы.

param1	param2	param3	Ответ
4	1	1	0,5
12	7	7	2,8
12	3	3	1,5
6	3,5	3,5	1,4

6. Для каждого решения x, y, z системы уравнений

$$\begin{cases} \sin x + \sin y = 2 \cos z \\ \sin y + \sin z = 2 \cos x \\ \sin z + \sin x = 2 \cos y \end{cases}$$

на числовой оси покрашена точка $x + y + z$. Сколько покрашенных точек попадает в интервал $param1$?

param1	Ответ
$\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{35\pi}{4}\right)$	19
$\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{17\pi}{2}\right)$	16
$\left(-\frac{3\pi}{2}; \frac{27\pi}{4}\right)$	17
$\left(-\frac{5\pi}{4}; \frac{13\pi}{2}\right)$	14

7. На плоскости проведены 3 семейства по $param1$ прямых трех разных направлений, причем прямые различных направлений пересекаются. Какое наибольшее количество ограниченных областей вырезают они из плоскости?

param1	Ответ
5	61
6	91

7	127
8	169

8. Найдите наибольшее значение выражения param1 , если $0 \leq x \leq 3$ и $0 \leq y \leq 3$.

param1	Ответ
$x^3y - 3y^2x^2$	6,75
$x^3y - 2y^2x^2$	10,125
$x^3y - 6y^2x^2$	3,375
$x^3y - 5y^2x^2$	4,05

9. Даны правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$ и конус, вершина которого лежит в точке A , а окружность основания проходит через точки B_1 и C_1 . Известно, что точки B и C лежат на боковой поверхности конуса. Найдите угол между образующей конуса и его высотой, если $AB = \text{param1}$, $AB_1 = \text{param2}$. В ответ запишите квадрат тангенса найденного угла.

param1	param2	Ответ
1	5	1
5	7	0,5
7	8	0,4
7	17	0,75

10. В клубе собрались param1 путешественников. Когда зашел разговор о стране N , оказалось, что вместе любые param2 путешественников побывали во всех городах страны N (то есть каждый город посетил хоть один из этих param2 путешественников), а любые param3 – нет (то есть найдется город, в котором не был ни один из этих param3 путешественников). При каком минимальном количестве городов в стране N это могло быть?

param1	param2	param3	Ответ
11	6	5	462
12	7	6	924
13	6	5	1287
14	7	6	3003

11. Сколько существует натуральных чисел N со следующим свойством: если к числу N справа приписать число param1 , то полученное число будет делиться на исходное число N ?

param1	Ответ
3375	16
1600	21
6125	12
3025	9

12. В параболу $y = \text{param1}$ вписан прямоугольный треугольник (то есть все вершины треугольника лежат на параболе), гипотенуза которого параллельна оси Ox . Какую наибольшую длину может иметь высота этого треугольника, опущенная на гипотенузу?

param1	Ответ
$y = 2x^2$	0,5
$y = 4x^2$	0,25
$y = 0,5x^2$	2
$y = 0,25x^2$	4

13. Рассматриваются всевозможные пятизначные числа, в которых цифры param1 используются ровно по одному разу. Найдите среднее арифметическое этих чисел. Ответ округлите до целого.

param1	Ответ
7, 5, 4, 3, 0	51458
8, 6, 5, 3, 0	59583
9, 7, 3, 1, 0	54166
6, 5, 4, 2, 0	46041

14. Найдите количество прямоугольников со сторонами, параллельными осям координат, таких, что точка param1 содержится внутри (но не на границе) каждого из них, абсциссы вершин являются натуральными числами меньше param2 , а ординаты – натуральны и меньше, чем param3 .

param1	param2	param3	Ответ
(21; 23)	35	50	148720
(17; 21)	37	45	139840
(25; 30)	41	42	114840
(19; 24)	31	48	104742

15. Равнобокая трапеция $ABCD$ вписана в окружность Ω . Пусть M – середина боковой стороны AB , K – точка на окружности такая, что прямая MK параллельна основаниям трапеции AD и BC . Найдите радиус окружности Ω , если $BC = \text{param1}$, $AD = \text{param2}$, $MK = \text{param3}$. В ответ запишите **квадрат** радиуса.

param1	param2	param3	Ответ
13	17	4	133
5	21	3	111,375
4	23	2	198,4
11	19	2	97,75

16. При каком значении параметра c числа найдется такой угол α , что числа $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$ являются корнями квадратного уравнения param1 ?

param1	Ответ
$5x^2 - 3x + c = 0$	-1,6
$8x^2 + 6x + c = 0$	-1,75

$4x^2 - 5x + c = 0$	1,125
$5x^2 + 6x + c = 0$	1,1

17. В сумме param1 нужно вычеркнуть несколько слагаемых так, чтобы получившаяся сумма стала равна param2. Сколькими способами это можно сделать?

param1	param2	Ответ
$31+32+33+\dots+100$	4489	19
$30+31+32+\dots+100$	4522	19
$32+33+34+\dots+100$	4455	20
$29+30+31+\dots+100$	4554	18

18. Про функцию $f(x)$ и некоторое положительное число c известно, что $f(x+c) = \frac{\sqrt{3}f(x)+1}{\sqrt{3}-f(x)}$

при всех значениях x . При каком наименьшем целом значении k из интервала param1 можно утверждать, что $f(x+kc) = f(x)$ при всех x ?

param1	Ответ
(25; 50)	30
(21; 40)	24
(31; 60)	36
(37; 70)	42

19. Сколько существует пар натуральных чисел $x > y$ таких, что их произведение на param1 больше их суммы?

param1	Ответ
16874	10
19999	15
6124	6
15124	6

20. Набор чисел a, b, c каждую секунду заменяется на $a+b-c, b+c-a, c+a-b$. В начале имеется набор чисел param1. Через некоторое время получился набор param2. Какое наибольшее значение может принимать x ?

param1	param2	Ответ
1000, 987, 998	4067, 6115, x	-7197
1921, 1900, 1895	12828, 23068, x	-30180
2111, 2198, 2100	6787, 5379, x	-5757
1511, 1492, 1505	3892, 10036, x	-9420

21. Лабиринт представляет из себя цепочку из param1 комнат. Из первых param2 комнат в следующие ведут 2 двери, из оставшихся в следующую ведут 3 двери (из последней комнаты 3 двери ведут на выход). Лаборант случайным образом запер param3 дверей. Какова вероятность

того, что крыса, посаженная в первую комнату, сможет выбраться из лабиринта? Ответ выразите в процентах и округлите до десятых.

param1	param2	param3	Ответ
6	4	8	4,8
7	4	10	2,2
6	5	7	5,6
7	5	9	2,5

22. В некоторой стране param1 городов. Известно, что в любых param2 городах проживает не менее чем param3 % жителей страны. Какой наибольший процент жителей этой страны может проживать в столичном городе?

param1	param2	param3	Ответ
65	30	21	55,2
80	35	28	36,8
55	36	55	17,5
36	25	28	60,8

23. Точка D – середина стороны AC треугольника ABC , DE и DF – биссектрисы треугольников ABD и CBD . Отрезки BD и EF пересекаются в точке M . Найдите отрезок DM , если $EF = \text{param1}$.

param1	Ответ
6	3
10	5
12	6
18	9

24. Какое наибольшее значение может принимать свободный член многочлена $P(x)$ с целыми коэффициентами, если известно, что он по модулю меньше param1, и param2?

param1	param2	Ответ
150	$P(11) = P(25) = 450$	-100
500	$P(31) = P(40) = 3300$	-420
400	$P(17) = P(30) = 999$	-21
300	$P(20) = P(29) = 1500$	-240

25. Дан прямоугольный треугольник ABC с катетами $AC = \text{param1}$ и $BC = \text{param2}$. Построим треугольник $A_1B_1C_1$, последовательно переместив точку A на некоторое расстояние параллельно отрезку BC (точка A_1), затем точку B – параллельно отрезку A_1C (точка B_1) и, наконец, точку C – параллельно отрезку A_1B_1 (точка C_1). Чему равна длина отрезка B_1C_1 , если оказалось, что угол $A_1B_1C_1$ прямой и $A_1B_1 = \text{param3}$?

param1	param2	param3	Ответ
5	6	2	15

3	14	2	21
8	21	3	56
7	15	3	35

A1. В депо три пути для формирования составов. Пути расположены с севера на юг. На пути №1 стоит состав из param1 вагонов. За одну операцию маневрирования тепловоз может перевести один вагон с любого пути на любой другой путь. Причем он может брать и ставить вагоны только с одной (южной) стороны. За какое наименьшее количество операций тепловоз сможет собрать все вагоны на пути №1 в порядке, обратном исходному?

param1	Ответ
25	73
32	94
27	79
34	100

A2. Пусть $f(n)$ – целое число, ближайшее к числу \sqrt{n} . Обозначим через $g(n) = \frac{1}{f(n)}$. Найдите сумму param1.

param1	Ответ
$g(43) + g(44) + \dots + g(1600)$	67
$g(111) + g(112) + \dots + g(1681)$	63
$g(211) + g(212) + \dots + g(2025)$	61
$g(343) + g(344) + \dots + g(1681)$	45